UNIVERSIDADE METROPOLITANA DE SANTOS – UNIMES
MESTRADO PROFISSIONAL EM
PRÁTICAS DOCENTES NO ENSINO FUNDAMENTAL

GERALDO MANOEL DA SILVA FILHO

MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL: ESTUDO CONCERNENTE AO PENSAMENTO ALGÉBRICO

SANTOS
2024

GERALDO MANOEL DA SILVA FILHO

MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO CONCERNENTE AO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Dissertação e produto apresentados à Banca Examinadora da Universidade Metropolitana de Santos, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Práticas Docentes no Ensino Fundamental.

Orientador: Prof. Dr. Michel da Costa

SANTOS

2024

S586m SILVA FILHO, Geraldo Manoel da.

Matemática do ensino fundamental: estudo concernente ao pensamento algébrico. / Geraldo Manoel da, Silva Filho. – Santos, 2024.

147 f.

Orientador: Prof. Dr. Michel da Costa

Dissertação (Mestrado Profissional), Universidade Metropolitana de Santos, Mestrado Profissional em Práticas Docentes no Ensino Fundamental, 2024.

CDD:510

A Dissertação apresentada "MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: um estudo concernente ao pensamento algébrico" e o Produto educacional intitulado "PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS" apresentados à Banca Examinadora da Universidade Metropolitana de Santos como exigência para a obtenção do título de Mestre em Práticas Docentes no Ensino Fundamental. A banca examinadora foi composta por:

Prof. Dr. Michel da Costa

Orientador e Presidente da Banca Examinadora

Prof.ª Dr.ª Irene da Silva Coelho

Membro Interno - Universidade Metropolitana de Santos

Prof. Dr. Antonio Carlos Aido de Almeida

Membro Externo - Universidade Paulista - UNIP

Prof. Dr. Sidney Silva Santos

Membro Externo – Universidade Cruzeiro do Sul - UNICSUL

Dedico este trabalho à minha família, aos meus amigos e a todos os docentes, meus companheiros nesta, e em muitas jornadas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família por todo apoio e dedicação. Agradeço aos que estão e aos que se foram, pois em tudo constituem quem somos. Agradeço por ter asas para voar e abrigo para voltar.

Agradeço à Prof.ª Dr.ª Irene da Silva Coelho, bem como ao Prof. Dr. Antonio Carlos Aido e ao Prof. Dr. Sidney Silva Santos, os quais compõem a banca. Todas as análises feitas oportunizaram expressar com assertividade o todo deste estudo.

Agradeço a todos os docentes, com os quais um dia caminhei. Agradeço em especial à Diretora Fernanda Nunes Ferreira e à Professora Luana, imersas na pesquisa, por permitirem, apoiarem e viverem essa empreitada.

Agradeço aos professores do mestrado. Da soma de todos vocês advém uma renovação profissional. Agradeço aos pares mestrandos, por toda história vivida, risos trocados e fortaleza partilhada. Agradeço a construção que fizemos juntos, marco eterno na minha jornada.

Agradeço a cada discente que um dia foi-me incumbido. Em especial, aos discentes imersos na pesquisa, pois tudo advém de cada um. Se pude ressignificar, é porque eu os olhei. Que tudo de bom, e de bem, se faça em suas vidas. Espero ter contribuído para esse propósito.

Agradeço aos meus amigos pela paciência. Em especial, aos que acompanharam o gestar desta pesquisa. O caminho é mais feliz e leve com cada um. Agradeço a presença carinhosa e dedicada. Agradeço o ouvido amigo, a fala carinhosa.

Agradeço ao meu querido orientador, Prof. Dr. Michel da Costa, por suas orientações e coparticipação nesta pesquisa. Agradeço por ter participado do meu caminho e por ter acreditado muito além das minhas crenças.

RESUMO

A proposta desta dissertação foi refletir sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico dos discentes dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O objetivo geral refere-se a investigar como são os processos de ensino e aprendizagem do pensamento algébrico dos estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Cubatão, São Paulo, e especificamente levantar as possíveis dificuldades dos estudantes no desenvolvimento de habilidades previstas pelo currículo vigente junto aos professores, identificar as práticas docentes que contribuem para o avanço dos alunos dos anos iniciais no que tange ao processo de ensino-aprendizagem de álgebra e desenvolver, aplicar e validar uma sequência didática como produto educacional para o desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A abordagem metodológica foi pautada em uma pesquisa-ação de natureza qualitativa, cuja coleta dos dados pertinentes à construção do estudo ocorreu em encontros semanais em sala de aula, especificamente em uma escola municipal situada em Cubatão, São Paulo. A análise dos dados ocorreu a partir da interpretação dos resultados obtidos, por meio da aplicação de atividades de álgebra, em que ocorreu a aplicação e a participação dos alunos dos anos iniciais, o que proporcionou o levantamento de reflexões acerca de como se dá o desenvolvimento do pensamento algébrico a partir das intervenções pedagógicas provenientes das condutas docentes em relação à álgebra. A fundamentação teórica preconizou os aspectos da álgebra como um todo, sobretudo em relação ao pensamento algébrico a partir de um conjunto de informações que asseguram a possibilidade de desenvolver o raciocínio lógico e dedutivo em face da matemática. Houve, então, a elaboração de um produto educacional nomeado Guia de Orientações Pedagógicas: **“**Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental”, com o propósito de fornecer auxílio para os docentes no que tange às práticas pedagógicas que contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos discentes dos anos iniciais Ensino Fundamental. Conclui-se que o conhecimento conceitual promovido pelo guia se refere à idealização de estratégias e operações algébricas, incluindo procedimentos e notações. Já o conhecimento processual trabalhado favoreceu a resolução dos problemas, possibilitando o desenvolvimento do pensamento algébrico pautado em método apropriado.

Palavras-chave: Competências; Matemática; Pensamento algébrico.

ABSTRACT

The purpose of this dissertation was to reflect on the development of algebraic thinking among students in the early years of elementary school, whose general objective was to investigate what the teaching and learning processes of algebraic thinking are like among students in the 3rd year of elementary school at a school. public school in Cubatão – São Paulo, and specifically raise the possible difficulties of students in developing skills provided for by the current curriculum with teachers, identify teaching practices that contribute to the advancement of students in the initial years with regard to the teaching-learning process of algebra and develop, apply and validate a didactic sequence as an educational product for the development of algebraic thinking in students in the early years of elementary school. The methodological approach was based on qualitative action research, whose collection of data relevant to the construction of the study occurs through weekly meetings in the classroom, specifically in a municipal school located in Cubatão, São Paulo. Data analysis occurred based on the interpretation of the results obtained through the application of algebra activities, in which the application and participation of students in the initial years took place, providing a survey of reflections on how the development of algebraic thinking takes place from of pedagogical interventions arising from teaching behaviors in relation to algebra. The theoretical foundation advocated aspects of algebra as a whole, especially in relation to algebraic thinking based on a set of information that ensures the possibility of developing logical and deductive reasoning in the face of mathematics. There was then the development of an educational product named as Guide to Pedagogical Guidelines: Algebraic Thinking in the Early Years with the purpose of providing assistance to teachers regarding pedagogical practices that contribute to the development of algebraic thinking among elementary school students. I. It is concluded that the conceptual knowledge that the guide promoted refers to the idealization of algebraic strategies and operations, including procedures and notations. The procedural knowledge worked on helped solve problems, enabling the development of algebraic thinking based on an appropriate method.

Keywords: Skills; Mathematics; Algebraic thinking.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE SIGLAS

A.C. – Antes de Cristo

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CNE – Conselho Nacional de Educação

EJA – Educação de Jovens e Adultos

ETEC – Escola Técnica Estadual

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

MEC – Ministério da Educação

OMS – Organização Mundial de Saúde

ONU – Organização das Nações Unidas

OPS – Organização Panamericana de Saúde

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PISA – Programa Internacional de Avaliação de Alunos

PNAIC – Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa

PNE – Plano Nacional de Educação

SAEB – Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

SARESP – Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo

UEPG – Universidade Estadual de Ponta Grossa

UNESPAR – Universidade Estadual do Paraná

UNIMES – Universidade Metropolitana de Santos

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Quando certa vez disse a alguém que estava cursando matemática, houve uma reação predominante: “Uau, isso é profundo. Você deve ser um *nerd*”. Embora seja definitivamente errado estereotipar todos os estudantes de matemática, há um ponto subjacente que se destaca: a matemática não é compreendida de igual modo por todos, mas tudo bem. Enquanto alguns sentem uma descarga de adrenalina ao passar horas resolvendo um problema, o mesmo problema pode fazer com que outros queiram arrancar os cabelos.

Felizmente sou da primeira categoria, e é por isso que escolhi me formar em matemática. Durante a minha jornada como estudante, ainda no Ensino Fundamental, sempre tive facilidade com a Matemática e na medida do possível auxiliava os meus colegas na compreensão do conteúdo. No entanto, quando ingressei no atual Instituto Federal de Educação (1993), fui desafiado a compreender a *matemathike* com profundidade, o que se repetiu posteriormente na UNESPAR (2003), na UEPG (2012) e na UNIMES (2012). Assim, continuei os meus estudos como professor de Matemática e Física.

Profissionalmente, comecei atuando na Secretaria do Estado da Educação do Paraná (2011). Em 2012, iniciei na Secretaria Municipal de Educação de Praia Grande. Vale enfatizar o pensamento de Bicudo e Garnica (2001), em que comentam: “o processo de ensino e aprendizagem em matemática envolve práticas, conceitos, abordagens, técnicas e tendências além do conhecimento teórico”, e com isso é possível compreender que essa disciplina não envolve apenas um tipo de técnica ou conhecimento, mas trata-se de um conjunto que visa tornar o processo de ensino-aprendizagem mais atrativo e de fácil entendimento.

A cada novo problema matemático, a adrenalina durante a resolução é única. Até mesmo quando finalmente resolvo um problema (que inicialmente parecia impossível), é incontestável a sensação de bem-estar. Eu sinto que a matemática me mantém constantemente alerta, e isso nunca a torna monótona, visto que durante o processo de ensino dos discentes também aprendo.

Fazer Matemática envolve diversos tipos de capacidades mentais, tais como raciocínio numérico, raciocínio quantitativo, raciocínio linguístico, raciocínio simbólico, raciocínio espacial, raciocínio lógico, raciocínio diagramático, raciocínio sobre causalidade, capacidade de lidar com abstrações e talvez alguns outros que eu tenha esquecido. E, para o sucesso, tudo isso precisa ser complementado com uma dose de criatividade e desejo. Além disso, para alguns de nós ocorre uma necessidade interior de perseguir as situações problematizadoras e encontrar possíveis soluções.

A matemática pode ser compreendida como um corpo de conhecimento e prática que deriva das contribuições de pensadores ao longo do tempo ao redor do mundo. Isso nos confere compreensões padronizadas em relação a quantificar relacionamentos e prever o futuro. A matemática nos ajuda a entender o mundo, e usamos o mundo para entender a matemática.

O mundo está interconectado e a matemática cotidiana demonstra essas conexões junto às inúmeras possibilidades que permeiam essa relação. Quanto mais cedo os jovens estudantes puderem colocar essas habilidades em prática, maior a probabilidade de continuarmos sendo uma sociedade e economia de inovação. Dessa maneira, cada educador, que também é um eterno estudante, deve expandir suas opções de carreira e construir o seu currículo, visando aperfeiçoamentos para melhorar o processo de ensino-aprendizagem.

Ainda é necessário melhorar o acesso igualitário ao aprendizado em sala de aula, prestar auxílio aos discentes no que diz respeito a atingir todo o seu potencial, quebrando barreiras e fornecendo acesso ao aprendizado. Nesse contexto, o mestrado profissional em Práticas Docentes no Ensino Fundamental da Universidade Metropolitana - UNIMES veio consubstancialmente no momento exato para fazer a diferença. Não há dois dias iguais quando se trabalha com a educação. Todos os professores têm o papel de linha de frente na formação da próxima geração, e este já é um motivo bastante relevante para ansiar a quebra de quaisquer dificuldades inerentes ao processo de ensino dos distintos perfis presentes em sala de aula.

O caminho para a obtenção do título de Mestre na área de Ensino não apenas mostra aos estudantes que a aprendizagem ao longo da vida é uma busca valiosa, mas conota que, ao final de um ciclo de aprendizagem, não há um ponto final, todavia, uma etapa entre outras na construção do conhecimento. O Programa proporcionou muita aprendizagem, por meio de reflexões, correlacionando teoria e prática, ensinando diversas habilidades que se traduzem diretamente no exercício da docência em sala de aula. Minha maneira de pensar está sendo cada vez mais ampliada, levando-me criteriosamente a examinar informações e pensar criticamente, assim como a própria matemática exige.

Um bom educador é uma pessoa que pode se comunicar de forma dialógica e eficaz. No decorrer das aulas, percebo nitidamente a ênfase e o cuidado em não me tornar apenas um especialista em minha área, mas perceber de modo sensível como fatores sociais, psicológicos e políticos afetam as teorias e práticas de aprendizagem.

A álgebra, por exemplo, pode explicar a rapidez com que a água é contaminada e quantas pessoas em um país de terceiro mundo bebem dessa água, bem como podem adoecer anualmente. Um estudo da geometria pode explicar a ciência por trás da arquitetura em todo o mundo. Estatísticas e probabilidades podem estimar o número de mortos em terremotos, conflitos e outras calamidades.

A matemática também pode prever proventos, como as ideias se espalham e, como os animais anteriormente ameaçados, podem se repovoar. Trata-se de uma ferramenta poderosa para a compreensão e comunicação global, e, usando-a, os estudantes podem entender o mundo e resolver problemas complexos e reais. Repensar a matemática em um contexto global oferece aos estudantes uma reviravolta no conteúdo típico que torna a própria matemática mais aplicável e significativa para os estudantes.

Para que os estudantes se desenvolvam em um contexto global, o componente matemático precisa ajudá-los a adquirir competências globais, entender diferentes perspectivas e condições mundiais, reconhecer que os problemas estão interconectados em todo o mundo, além de se comunicar e agir de maneira apropriada. Na matemática, isso significa reconsiderar o conteúdo típico de maneiras atípicas e mostrar aos estudantes como o mundo consiste em situações, eventos e fenômenos que podem ser resolvidos usando as ferramentas matemáticas corretas.

No centro de qualquer discussão sobre o ensino da Matemática, é importante considerar como este conhecimento pode ajudar os estudantes a entenderem o mundo, o que em sua experiência permite que eles usem a matemática para fazer contribuições para a sociedade, bem como o que eles precisam dominar para resolver problemas complexos em um mundo repleto de complexidades. Então, o desafio é encontrar exemplos genuínos (relevantes e significativos de contextos micro e macro) que melhorem, aprofundem e ilustrem a compreensão da matemática.

Problema de Pesquisa

Quais dificuldades estão presentes nos processos de ensino e de aprendizagem de estudantes dos 3º anos do Ensino Fundamental em relação ao pensamento algébrico?

Objetivos

Objetivo Geral

Investigar como são os processos de ensino e aprendizagem do pensamento algébrico dos estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Cubatão, São Paulo.

Objetivos Específicos

Levantar possíveis dificuldades de estudantes no desenvolvimento de habilidades previstas pelo currículo prescrito, junto aos professores;

- identificar quais práticas docentes contribuem para que os alunos avancem nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no que tange aos processos de ensino e de aprendizagem da unidade temática álgebra;
- desenvolver, aplicar e validar uma sequência didática, como produto educacional, para o desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Motivações para a pesquisa

A álgebra costuma ser a primeira disciplina de Matemática que requer pensamento abstrato mais extenso e é evidentemente uma nova habilidade desafiadora para muitos estudantes. A apresentação desse conteúdo costuma ser realizada de forma fragmentada, enfatizando ora um aspecto, ora outro, sem se preocupar com a ligação entre eles e com sua contextualização, ignorando totalmente a formação da ideia básica da álgebra que é a linguagem da Matemática para expressar fatos genéricos, além da ênfase requerida das operações aritméticas, para se concentrar no uso de símbolos e para representar números e expressões numéricas. A álgebra requer proficiência com múltiplas representações, incluindo símbolos, equações e gráficos, bem como a capacidade de raciocinar logicamente. Ambos os fatos desempenham papéis cruciais na proficiência da Matemática.

Todos nós, professores, consideramos ser importante o ensino da álgebra e concordamos com o fato de que o estudante apresenta várias dificuldades para entender e aplicar álgebra de modo significativo. O aprendizado da álgebra, bem como o pensamento algébrico, deve ir além da matemática superficial, e isso inclui incentivar os estudantes à realização das conexões entre os conceitos algébricos e os procedimentos de resolução e tomada de decisão (Jungbluth *et al*., 2020). Alguns questionamentos podem ser feitos na busca do desenvolvimento estrutural do pensamento algébrico: quais são as relações entre as quantidades nesse exercício? Como podemos verificar se minha solução está correta?

Obviamente, é importante estimular os estudantes a transpassarem o foco principal na resposta final correta, a fim de promover a compreensão dos processos pelos quais se chega a uma resposta. Considerando as seguintes questões: qual decisão você tomou para resolver o problema? Que passos você executou para resolver o problema? Essa foi uma boa estratégia? Por que sim? Ou por que não? Existem outras maneiras de resolver o problema? Você pode mostrar (por meio de manipulação de imagens ou objetos) como resolveu o problema?

Ensinar aos estudantes estratégias alternativas cria uma base sólida para raciocínio lógico e habilidades à medida que os estudantes aprendem a selecionar métodos de soluções baseados nos problemas que eles encontram. Isso pode parecer estranho para alguns professores por demais acostumados à apresentação da álgebra de forma tradicional.

Estudar álgebra é fundamental por diversas razões, que vão desde o desenvolvimento de habilidades cognitivas até a aplicação prática em diversas áreas da vida, envolvendo as habilidades cognitivas, raciocínio lógico, aplicação de regras lógicas e o desenvolvimento do raciocínio dedutivo, contribuindo para o desenvolvimento do pensamento crítico (Luz, 2020).

Além disso, o ensino algébrico também promove a resolução de problemas tendo em vista a solução de equações e problemas algébricos que requerem habilidades de análise, síntese e resolução de problemas, ajudando a fortalecer a capacidade de encontrar soluções criativas. Ainda vale enfatizar a possibilidade de lidar com a abstração e generalização, pois o estudo da álgebra ajuda a desenvolver a capacidade de abstrair conceitos específicos para formas mais gerais e aplicá-los a diferentes contextos (Marcatto, 2023).

Em relação às aplicabilidades práticas, a ciência e a tecnologia caminham juntas, considerando a álgebra como ferramenta essencial em muitas disciplinas científicas e tecnológicas, como Física, Engenharia, Ciência da Computação e Estatística. Os conceitos algébricos também são fundamentais para subsidiar a compreensão e a modelagem dos fenômenos econômicos, como oferta e demanda, realização cálculos financeiros, como juros compostos e análise de investimentos (Marcatto, 2023).

A álgebra é amplamente utilizada para resolver uma variedade de problemas do mundo real, desde calcular despesas domésticas até otimizar processos industriais. Ademais, permite o acesso às oportunidades educacionais e profissionais, visto que o estudo da álgebra é um pré-requisito para muitas disciplinas avançadas em Matemática e Ciências, preparando os estudantes para estudos superiores e carreiras acadêmicas (Luz, 2020).

Muitas carreiras exigem um conhecimento sólido de álgebra, e as habilidades adquiridas no estudo dessa disciplina são valorizadas em uma ampla gama de campos profissionais, de modo a ressaltar o desenvolvimento pessoal e o empoderamento do indivíduo que demonstra domínio da álgebra, aumentando a confiança dos indivíduos em suas habilidades matemáticas e sua capacidade de enfrentar desafios acadêmicos e profissionais (Marcatto, 2023). Assim, entender os conceitos algébricos básicos, como interpretação de gráficos e estatísticas, capacita os indivíduos a tomar decisões informadas em questões importantes, como políticas públicas e questões sociais.

O estudo da álgebra é essencial não apenas para o sucesso acadêmico e profissional, mas também promove o desenvolvimento de habilidades cognitivas críticas e capacita os indivíduos a enfrentar desafios complexos em uma variedade de contextos. Para o desenvolvimento deste estudo, opta-se por um método de pesquisa-ação e, para complementar as ações realizadas, uma revisão de literatura de natureza qualitativa.

A pesquisa-ação é uma técnica de pesquisa que trata da investigação com base em autorreflexão dos agentes envolvidos na elaboração do estudo, além de que inclui a racionalidade para lidar com os desafios e potencialidades encontrados. Comumente, a pesquisa-ação proporciona novas informações capazes de gerar conhecimento responsável pelas melhorias e soluções de uma empresa (Thiollent, 2022).

O método qualitativo considera o contexto apresentado teoricamente em face de explicitar os conceitos e fenômenos que dizem respeito ao processo de ensino-aprendizagem da álgebra para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, auxiliando as pesquisas científicas, pois promove investigações contextuais pautadas em objetividade, tendo em vista os objetivos iniciais mencionados, de modo que seja possível analisar os dados e os resultados obtidos (Silva; Oliveira; Brito, 2021).

Com isso, o produto educacional elaborado refere-se a um Guia Pedagógico que apresenta um memorial sobre o autor, o conceito básico do guia junto de sua aplicabilidade, a apresentação do material contendo objetivo e público-alvo, um histórico simplificado da cidade de Cubatão, São Paulo, incluindo as atividades culturais e os dados educacionais, a introdução sobre álgebra, pensamento algébrico e aplicação nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a sequência didática com conceito e intervenção do professor, o plano de atividades (25 atividades), conclusão e respectivas referências bibliográficas.

Esta dissertação está subdividida em capítulos. Inicialmente aborda-se a introdução com os objetivos, problema de pesquisa, justificativa e motivações da pesquisa. O primeiro capítulo refere-se à História da Álgebra. O segundo capítulo refere-se ao pensamento algébrico no currículo da educação básica e ainda desdobra os Parâmetros Curriculares Nacionais e Base Nacional Comum Curricular, o pensamento algébrico dedutivo no ensino da Matemática, o pensamento algébrico na educação básica, o significado de trabalhar com a álgebra dos Anos Iniciais, as práticas docentes concernentes ao ensino de álgebra no currículo de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, o conhecimento matemático de professores que lecionam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e a correlação entre direito humano e educação matemática.

O terceiro capítulo discorre sobre o percurso metodológico para a construção do estudo, incluindo reflexões acerca da construção do produto e da metodologia da pesquisa e o cenário de imersão.

O quarto capítulo abrange a análise dos processos de ensino e de aprendizagem por meio da sequência didática. Nesse mesmo capítulo ainda são apresentadas as 25 atividades que compõem o Guia Pedagógico, ou seja, o produto

O terceiro capítulo discorre sobre o percurso metodológico para a construção

do estudo, incluindo reflexões acerca da construção do produto e da metodologia da pesquisa e o cenário de imersão.

O quarto capítulo abrange a análise dos processos de ensino e de aprendizagem por meio da sequência didática. Nesse mesmo capítulo ainda são apresentadas as 25 atividades que compõem o Guia Pedagógico, ou seja, o produto educacional. Na sequência, existe uma subseção (item 4.1) que apresenta o conteúdo do Guia na íntegra.

Por fim, são apresentadas as considerações finais acerca do estudo e, na sequência, as referências bibliográficas utilizadas.

MEMORIAL

Iniciei a minha trajetória escolar aos 7 anos na antiga 1ª série do Primeiro Grau E.E. Prof. Ary de Oliveira Garcia no bairro Vila Nova em Cubatão, quem, por sinal foi, meu professor. Aos 9 anos mudei de endereço eu fui estudar na E.E. Prof. Zenon Cleantes de Moura no bairro Fabril, também em Cubatão. Aos 12 anos comecei a trabalhar como patrulheiro no Círculo de Amigos do Menor Patrulheiro de Cubatão (Camp) e consequentemente fui obrigado a estudar no período noturno na E.E. Afonso Schmidt, conciliando trabalho e estudos.

Fui reprovado na 6ª série, por excesso de faltas, e na 7ª série, por não ter alcançado a média por 1,0 ponto de diferença na prova de recuperação, justamente em matemática, sendo que eu auxiliei meus amigos nos estudos durante toda a fase de recuperação final. Segundo minha mãe, o professor justificou a retenção, pois eu faltava muito e conversava bastante. Nessa escola, estudei até 8ª série.

A maior e melhor lembrança desse período foi quando um professor de Língua Inglesa, preocupado com o nosso futuro, pediu um trabalho de pesquisa das escolas profissionalizantes, e meu grupo ficou responsável pela Escola Técnica Federal. Ao saber dos cursos profissionalizantes da escola, logo me interessei e me inscrevi no vestibulinho para Técnico de Informática Industrial. Não passei entre os primeiros colocados, mas ingressei na segunda chamada.

Tive de me adequar à nova realidade de uma escola com um nível de exigência muito maior que a escola estadual. Eu estudava quase todos os dias nas horas vagas para sanar as lacunas de aprendizado dos anos anteriores. Dessa escola tenho várias recordações da minha vida acadêmica. No mesmo ano em que cheguei, lembro-me das aulas da professora de Matemática, que também lecionava em escolas militares. Ela dizia que nos preparava como prepararia seus filhos. Sempre muito exigente, extraía e cobrava o máximo de aprendizado dos alunos.

Todo o corpo docente era composto por professores de alta capacidade que trabalhava nas empresas do polo industrial de Cubatão, outros na região do ABC paulista. Lembro-me do professor de Física, que tinha trabalhado no submarino nuclear. O fato de estudar lá abriu meus horizontes de compreensão profissional e cultural. Nessa escola também aprendi a apreciar *Rock and roll* e a me posicionar politicamente, sempre orientado pelos professores de História.

Lembro-me de ir à Câmara dos Vereadores para pedir a aprovação da lei concernente à construção do terreno próprio da escola no bairro do Casqueiro, pois estava fixada provisoriamente em outro local. Depois de três anos de estudo de matérias comuns com as disciplinas técnicas, eu me formei Técnico em Informática Industrial, e, devido às necessidades financeiras da minha família, fui para a área de manutenção industrial, já que a da informática era muito incipiente na época, resumindo-se à manutenção de computadores.

Durante a minha vida escolar, sempre tive a curiosidade de saber o porquê de aprendermos em tempos e maneiras diferentes uns dos outros. Esse interesse aumentou quando comecei a estudar em grupos, auxiliando uns aos outros. Surgiu em mim a curiosidade de como se aprende. Segundo Moran (2018), a aprendizagem se constrói num processo equilibrado entre três movimentos principais: o primeiro é a construção individual, em que cada aluno percorre seu caminho; o segundo é a aprendizagem grupal, em que aprendemos com os semelhantes, os pares; por último, a aprendizagem orientada, em que aprendemos com alguém mais experiente, isto é, com um especialista, um professor.

O autor complementa que "a aprendizagem acontece nas múltiplas buscas que cada um faz a partir dos interesses, curiosidade e necessidades. Ela vai muito além da sala de aula" (Moran, 2018, p. 3). Sabe-se que a capacidade de aprender está diretamente relacionada às oportunidades de troca, à experimentação de hipóteses e desafios, método que o modelo de ensino da escola da época não proporcionava. Alguns alunos não aprendem os conteúdos ensinados dessa forma. Contudo, consertam aparelhos eletrônicos, inclusive computadores, aprendem outros idiomas apenas jogando jogos eletrônicos e *online*, sem ter feito qualquer curso técnico.

Percebi que, em algumas situações cotidianas, os alunos se dão muito bem e são elogiados pelos seus feitos e criatividade. Todavia, não era assim quando recebiam os resultados das avaliações escolares. Moran (2018) corrobora com esse pensamento, apresentando uma das formas de aprendizagem, como a aprendizagem personalizada, que se adapta aos ritmos e necessidades de cada pessoa. Cada estudante, de forma direta ou indireta, procura respostas para suas inquietações e pode relacioná-las ao seu projeto de vida. Nesse modelo de aprendizagem, é preciso desenvolver um roteiro conforme as necessidades e expectativas, pois alunos mais pragmáticos preferirão atividades diferentes dos/as alunos/as mais teóricos ou conceituais, e a ênfase nas atividades será também distinta. Entretanto, ainda vivemos numa proposta da pedagogia tradicional, que visa à transmissão dos padrões, normas e modelos dominantes.

Os conteúdos escolares são separados da realidade social e da capacidade cognitiva dos alunos, impostos como verdades absolutas em que apenas o professor tem razão. Sua metodologia é baseada na memorização, o que contribui para uma aprendizagem mecânica, passiva e repetitiva, ou seja, um ensino distante da realidade vivida pelo aprendiz, sem ter significado para a vida do aluno. Existem algumas condições para haver a aprendizagem significativa, como: o aluno precisa ter uma disposição para aprender, e há necessidade de que a natureza do conteúdo ensinado tenha uma relação com a experiência de cada indivíduo.

Cada aprendiz faz uma filtragem dos conteúdos que têm significado, ou não, para si próprio. Por outro lado, quando o aprendiz não vê relevância para sua vida, no que está sendo ensinado, geralmente opta por memorizar o conteúdo literal e arbitrariamente, produzindo um modelo de aprendizagem mecânica. Para não haver uma aprendizagem memorística é necessário que o conteúdo escolar a ser aprendido seja potencialmente significativo, que tenha lógica, de modo a despertar o interesse do estudante.

Como ocorria na escola estadual, eu também ajudava os alunos que estudavam comigo e tinham dificuldade com a compreensão dos conteúdos na disciplina de Matemática. Após as aulas nos reuníamos na biblioteca da escola ou em nossas casas. Eu tanto ensinava, como aprendia ao ensinar, como propõe Freire, quando diz: “Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender” (Freire, 1997, p. 25).

A chegada à faculdade

Já casado e com um filho, senti a necessidade de aperfeiçoamento profissional e, aproveitando uma proposta de emprego, fui para o Paraná, especificamente para a cidade de Paranaguá. Cheguei em outubro e, no final de 2003, aos 28 anos, entrei pela primeira vez em uma universidade. Iniciei o curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual do Paraná (Unespar), pois era a minha vontade.

Foram quatro anos de trabalho entre revezamento de escalas e estudos na universidade. Em 2007 me formei e em 2008 recebi meu diploma. Entre 2008 e 2011, tive uma escola de idiomas. Nos anos de 2010 e 2011, paralelamente, comecei lecionar aulas de Física e Matemática no estado do Paraná. Devido à insolvência financeira, acabei fechando a escola e, posteriormente, dediquei-me a prestar concurso público. Em 2012 ingressei na Prefeitura da Estância Balneária de Praia Grande, onde leciono matemática para o Ensino Fundamental e Física para a Educação de Jovens e adultos (EJA).

Nos anos de 2013 e 2014, fiz uma pós-graduação em educação matemática pela UFPG (Ponta Grossa) e licenciatura em Física pela Unimes (Santos). O que me impulsionou a optar por esses cursos de licenciatura foi o fato de que, durante o Ensino Fundamental, sempre tive facilidade em aprender os conteúdos das disciplinas de Matemática e Física, bem como em ensinar meus colegas de sala que tinham dificuldades. Na época, já havia em mim o desejo de ensinar as pessoas que enfrentam dificuldades relacionadas ao aprendizado dos conteúdos escolares.

Creio que, ao compartilharmos informação e conhecimento, abrimos caminhos para a construção de novos saberes. Essa é uma característica minha que surgiu na adolescência e perdura até hoje. Para os meus pais, faculdade era somente para os ricos. O fato de eu chegar à faculdade era um orgulho para mim e para toda a minha família, o que me alimentava e estimulava a fazer o meu melhor, além de prosseguir nos estudos. Sobre esse aspecto, Bourdieu (2007, p.46) acrescenta que: os membros das classes populares e médias tomam a realidade por seus desejos, é que, nesse terreno como em outros, as aspirações e as exigências são definidas, em sua forma e conteúdo, pelas condições objetivas, que excluem a possibilidade de desejar o impossível.

Dizer, a propósito dos estudos clássicos de um liceu, por exemplo, "isso não é para nós", é de fato dizer que "não temos meios para isso". Expressão da necessidade interiorizada, essa fórmula está, por assim dizer, no imperativo-indicativo, pois exprime, ao mesmo tempo, uma impossibilidade e uma interdição. Bourdieu (2007) nos coloca que a oportunidade de escolaridade dos filhos decresce proporcionalmente ao aumento de uma unidade na família, ou seja, quanto maior o número dos filhos, menor é a escolaridade dessa família.

Continuo sendo o único da minha família, de seis irmãos, a cursar o Ensino Superior. À medida que o curso avançava, tive a oportunidade de conhecer grandes mestres que demonstravam vontade de ensinar aquilo que a escola pública não conseguiu oferecer. Por outro lado, alguns professores eram muito técnicos, os quais ensinavam, mas não conseguiram me tocar como professor. Contudo, foi na faculdade que pude ter as primeiras noções da História da Educação Brasileira, participar de discussões e seminários, e, a cada semestre que concluía, mais me encantava o curso e tinha a certeza de que estava no lugar certo.

Os colegas de curso que já atuavam na educação também fizeram parte da minha formação, pois traziam as problemáticas do ensino, e discutíamos com os professores em aulas da área de humanas. Tratávamos sobre indisciplina dos/as alunos/as em sala de aula, desinteresse pelos estudos, dificuldade de aprendizagem por parte de alguns discentes, e qual era nossa expectativa frente a essas questões que envolvem o trabalho docente.

Lembro-me das aulas que envolviam cálculo, pois tenho um apreço por essa área do conhecimento, mas, à medida que o curso se estendia, as aulas da área de humanas me faziam desconstruir algumas ideias que trazia comigo de como ser professor. Essa desconstrução já indicava que a atuação do professor está além do domínio dos conteúdos específicos e das diretrizes curriculares das disciplinas. A ação como professor deve estar pautada na empatia, primar por ter bom relacionamento com os alunos e pais, em sua formação continuada, conhecer o sistema educacional e as políticas públicas vigentes, entre outras qualidades ideais para ser um bom docente.

De acordo com Giroux (1997), os educadores devem assumir o papel de intelectuais transformadores, pois, dessa maneira, eles devem se manifestar contra as injustiças econômicas, políticas e sociais dentro e fora das escolas. Ao mesmo tempo, eles devem trabalhar para criar as condições que deem aos estudantes a oportunidade de tornarem-se cidadãos que tenham o conhecimento e coragem para lutar a fim de que o desespero não seja convincente e a esperança seja viável.

Conforme os semestres passavam, compreendia que ser professor era muito mais que ter a formação da graduação, por mais que haja esforço pessoal e melhor que seja a instituição. Ser professor se faz na prática, na atuação na sala de aula, no contato permanente com os colegas de profissão e alunos, jamais desconsiderando a boa bagagem que adquirimos na faculdade, que, embora seja apenas de forma teórica, é possível utilizar, futuramente, na própria prática docente.

A experiência como professor

Minha primeira experiência foi como professor contratado na Rede Estadual do Paraná em 2010, de modo que o professor contratado é aquele que atua apenas na falta do professor titular da disciplina da matriz curricular. Assim, no final do ano, ele é dispensando e recebe todos seus direitos trabalhistas. Mesmo com pouca experiência, esforçava-me a ensinar os alunos que carregavam consigo grandes dificuldades.

Freire e Pradro (1996) enfatizam que: por isso mesmo pensar certo coloca ao professor ou, mais amplamente, à escola, o dever de não só respeitar os saberes com que os educandos, sobretudo os das classes populares, chegam a ela – saberes socialmente construídos na prática comunitária – mas também, como há mais de trinta anos venho sugerindo, discutir com os alunos a razão de ser de alguns desses saberes em relação ao ensino dos conteúdos (Freire; Prado, 1996, p. 33).

Falar da própria prática é um desafio para todo e qualquer profissional, que envolve superar vaidades, inseguranças e medos. Porém, por meio da minha atuação em sala de aula, percebi o quanto estava distante de ser um bom professor, aquele que possui domínio técnico do conteúdo e consegue prender a atenção do aluno ao ensinar. Na minha formação como professor de Matemática não houve aulas práticas.

Os cursos de licenciatura no Brasil não oferecem práticas que contribuem para uma melhor formação dos/as alunos/as da graduação. Segundo Gatti (2014), há um esforço com iniciativas de trabalho durante os estágios no universo dos cursos de licenciatura. Elas podem ser um contraponto às situações na maioria desses cursos. Ressalta ainda que essas iniciativas são pontuais em algumas universidades públicas ou comunitárias/filantrópicas e não representam uma tendência para toda a demanda de curso de licenciatura ofertado.

Em algumas universidades públicas, presentemente, encontram-se propostas aqui e ali de transformação dos estágios curriculares para a docência em atividade mais bem planejada e orientada, com perspectivas inovadoras. Vasconcellos (2002, p.23) faz uma crítica ao modelo de professor que apenas transmite saberes quando se refere à Metodologia Expositiva em que “[...] o aluno recebe tudo pronto, não problematiza, não é solicitado a fazer relação com aquilo que já conhece ou a questionar a lógica interna do que está recebendo, e acaba se acomodando.”

Essa prática é muito comum em todo período da educação básica e da graduação. Os graduandos se deparam com planos de aula e conteúdos trabalhados que se apresentam desvinculados da realidade, o que comprova que as teorias trabalhadas em sala de aula não têm relação com a prática pedagógica. Percebemos que, no desenvolvimento do currículo, são trabalhadas diferentes teorias na formação dos sujeitos nos cursos de formação de professores, mas a dificuldade se apresenta no momento da prática docente. Então, ao atuar como professor contratado, passei a observar todos os colegas de profissão com intuito de aprender com eles a dar a melhor aula e de fato fazer o/a aluno/a aprender.

Alguns professores permitiam minha aproximação, outros nem tanto. Contudo, foi na atuação, no fazer pedagógico, que adquiri formas de trabalho de modo a ir melhorando minha prática em sala de aula. Libâneo (2011, p. 3) postula que “boa parte dos professores, provavelmente a maioria, baseia sua prática em prescrições pedagógicas que viraram senso comum, incorporadas quando de sua passagem pela escola ou transmitidas pelos colegas mais velhos [...]”.

Desisti de continuar como professor contratado após 1 ano de trabalho, devido às dificuldades encontradas. Aquele ano foi um grande desafio, pois a falta de experiência em sala de aula me deixava inseguro. A minha maior dificuldade era lidar com comportamento de alguns educandos da faixa etária que compreende os alunos do Ensino Fundamental II, entre 11 e 15 anos.

Segundo a Organização Mundial de Saúde (OMS) e Organização Panamericana de Saúde (OPS), a adolescência constitui um processo biológico e vivências orgânicas, em que se aceleram o desenvolvimento cognitivo e a estruturação da personalidade, abrangendo a pré-adolescência (entre 10 e 14 anos) e a adolescência (dos 15 aos 19 anos). Pode ser apontada, do ponto de vista biomédico, como uma fase do desenvolvimento humano de transição entre a infância e a vida adulta, envolvendo momentos de definições de identidade sexual, de valores e de profissão, estando sujeita a crises.

Acredito que a pré-adolescência e a adolescência, fases da vida dos/as alunos/as para os quais lecionava, contribuíam para um comportamento que parecia ser indisciplina. Após algumas leituras e estudos sobre o comportamento humano nessa faixa etária, percebi a falta de formação adequada na minha graduação e a carência de um sistema educacional que estimulasse a sociabilidade entre os adolescentes e seus educadores.

Passei a entender que aquele comportamento não era indisciplina, mas transformações biológicas que o indivíduo sofre nessa fase da vida e que influenciam diretamente o seu comportamento social. No ano seguinte voltei para a rede estadual com um melhor embasamento e o auxílio dos professores mais experientes.

Era um grupo muito unido; todos compartilhavam experiências. Aproveitei para discutir as minhas, ainda que fossem do campo teórico. Canário (1998) defende que, dentro de uma ideia simplista, “a escola é habitualmente pensada como o sítio onde os alunos aprendem e os professores ensinam”, contudo “não somente os professores aprendem, como aprendem, aliás, aquilo que é verdadeiramente essencial: aprendem sua profissão” (Canário, 1998. p. 9).

Essa aprendizagem compreende o percurso profissional e pessoal de cada professor. Essas dimensões se articulam entre si, para ser uma combinação indissociável e permanente de muitas formas de aprender. No ano de 2012, ingressei na Prefeitura de Praia Grande, já no meu segundo ano de experiência, como professor, passei a lecionar na EJA.

Ao ver adolescentes e jovens sem perspectivas de prosseguimento na vida acadêmica após o término do Ensino Fundamental e o Ensino Médio, propus à diretora da escola estadual, em que eu atuava como professor, um curso de preparação para as provas do Vestibulinho da Escola Técnica Estadual (ETEC). Esse curso acontecia no contraturno e era gratuito, cujo foco era a resolução de situações-problema que compunham as provas.

O curso era oferecido aos/as alunos/as da escola em que eu lecionava durante a semana. Com a autorização dos pais, passei a ensinar resoluções de questões da área de exatas. O curso chegou a ter quase 50 alunos. Durante o curso de preparação dos/as alunos/as para o Vestibulinho da ETEC, e as aulas regulares em sala de aula, foi possível notar a falta de habilidades dos/as alunos/as na interpretação de textos para resoluções de situações-problema triviais, como também a dificuldade para realizar operações matemáticas simples.

Essa situação me levou a refletir sobre minha prática docente e a dos meus colegas professores, tanto no ensino de Matemática nos Anos Iniciais, próximo ao ensino lúdico, quanto no ensino abstrato dessa disciplina, iniciado, em especial, no sétimo ano do Ensino Fundamental. Nesse sentido, Lima (2018, pp. 111 e 112) considera que a maioria só aprende se: a) tiver interesses naquilo que deve aprender; b) puder agir sobre aquilo que quer aprender. Eis os dois problemas do ensinar matemática: 1. criar situações problemáticas para o aluno: a) nas quais ele encontre e descubra o padrão matemático do conteúdo; b) tais que o levem a se interessar pelo que devem aprender; 2. apresentar atividades que lhes permitam agir sobre o que devem aprender.

Quero ressaltar que mesmo aqueles alunos, considerados bons em atividades propostas em sala de aula, tinham dificuldades para resolver as situações-problema do exame do vestibulinho da ETEC. Essa situação me remeteu aos velhos tempos em que eu cursava o Ensino Fundamental e ensinava os colegas de sala que tinham dificuldade em Matemática. Era o meu segundo ano como professor, mas algo já me intrigava no sentido de querer que todos aprendessem de alguma forma.

A falta de experiência de trabalho com alunos com dificuldade não me permitia ensinar os/as alunos/as de forma diferenciada. Hoje sei que o ensino da Matemática em uma visão arquimediana sugere ao professor atuar como um facilitador, ou seja, como mediador entre o estudante e a construção do conhecimento matemático. O ensino de conteúdos matemáticos deve ser proposto pelo caminho do lúdico, pois essa forma de ensinar levanta questionamentos que induzem o aluno a pensar; nunca dando a resposta de imediato, sempre dialogando e construindo com o/a aluno/a o caminho para que ele/ela encontre a resposta.

O professor deve realizar atividades com os alunos que os vislumbre, e, em seguida, partir para a matematização levantando questionamentos, finalizando com o registro do que o aluno aprendeu, uma forma de teoria. Nessa proposta, são instigadas, por parte dos/as estudantes, relações entre as ideias matemáticas e a realidade que ele vivencia. É preciso apresentar situações-problema relevantes no contexto sociocultural dos/as alunos/as que induzam os discentes a pensar e a refletir. Muitos alunos que fizeram o vestibulinho ingressaram na ETEC.

Dentre muitas aprovações, recordo-me de que, no ano de 2013, 16 alunos que fizeram o curso preparatório foram aprovados. Com isso, conseguiam ver possibilidades de ingresso posteriormente numa universidade. Alguns conseguiram essa façanha. uma sequência de trabalho em uma mesma escola com os mesmos alunos. Então, além de aulas regulares do currículo e do curso de preparação para o vestibulinho da ETEC, passei a trabalhar com recuperação paralela, mais intensivamente com os que tinham dificuldade de aprendizagem, no horário de contraturno dos alunos.

CAPÍTULO 1 – HISTÓRIA DA ÁLGEBRA

As necessidades da vida cotidiana sempre impulsionaram o progresso científico. A álgebra não é exceção, pois surgiu da necessidade humana de resolver problemas cotidianos em que a aritmética por si só não era suficiente para encontrar a solução. Conforme demonstrado por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), a álgebra é resultado das contribuições de grandes civilizações.

Entretanto, o estudo dessas contribuições não localiza o período histórico em que surgiu a álgebra, mas em um intervalo considerável de tempo entre grandes civilizações. A história da álgebra remonta a milhares de anos e está profundamente entrelaçada com o desenvolvimento da matemática e com a evolução do pensamento humano.

Na Antiguidade, os egípcios, babilônios e gregos antigos desenvolveram técnicas algébricas rudimentares para resolver problemas práticos, como calcular áreas de terras agrícolas e resolver equações lineares simples.

O diálogo com a geometria surgiu na Grécia Antiga, onde os filósofos como Euclides e Arquimedes estabeleceram conexões entre a álgebra e a geometria, fornecendo fundamentos para a resolução de problemas algébricos usando métodos geométricos.

As contribuições Islâmicas ocorrem durante a Idade Média, quando matemáticos muçulmanos como Al-Khwarizmi contribuíram significativamente para o desenvolvimento da álgebra. Al-Khwarizmi é muitas vezes considerado o "pai da álgebra" por seu trabalho inovador em sistemas de equações lineares e quadráticas. Assim, as obras de matemáticos islâmicos foram traduzidas para o latim, o que ajudou a espalhar seus conhecimentos pela Europa.

O Renascimento e a Idade Moderna desencadearam a álgebra renascentista, visto que durante o Renascimento, matemáticos como François Viète desenvolveram técnicas algébricas avançadas, introduzindo novos símbolos e notações que permitem manipular expressões algébricas de maneira mais eficaz.

Os desenvolvimentos posteriores ocorrem entre os séculos XVIII e XIX, sobretudo com o trabalho de matemáticos como Descartes, Fermat e Euler. o que estendeu os métodos algébricos para campos como a teoria dos números, geometria analítica e teoria dos grupos.

Século XX e além:

No século XX, a álgebra abstrata emergiu como um campo fundamental da Matemática, explorando estruturas algébricas mais gerais além dos números, como grupos, anéis e corpos. Também vale mencionar as aplicações na Ciência e Tecnologia, considerando que a álgebra moderna desempenha um papel crucial em uma variedade de disciplinas científicas e tecnológicas, incluindo Física, Engenharia, Ciência da Computação e Criptografia.

Os egípcios eram muito precisos em contar e medir, e os seus trabalhos usam símbolos hieroglíficos, que foram facilmente decifrados por Chapollion na França e Thomas Young na Inglaterra. Esses escritos são considerados sagrados.

Segundo Boyer (1996), a numeração hieroglífica utiliza um sistema de numeração decimal, com diferentes símbolos para a primeira meia dúzia de potências de dez: um traço em uma pedra indica uma unidade; para indicar 10, usa-se um calcâneo invertido; 100 é uma espiral; 1000 é uma flor de lótus; 10.000 é um dedo dobrado; 100.000 um girino e um homem ajoelhado representam 1.000.000, e os outros números são escritos por meio de símbolos referenciados repetidos.

Um dos documentos algébricos mais importantes no Egito é o Papiro de Reind, ou o Papiro de Ahmes, e o Papiro de Moscou, que juntos têm cerca de 110 problemas matemáticos e resolvem uma equação desconhecida de primeira ordem. Graças a esses papiros, os cientistas conseguiram entender a matemática egípcia. Por causa de seu sistema de numeração original, nenhum progresso foi feito na solução de problemas algébricos ou no surgimento de novas equações. Dessa forma, a álgebra egípcia foi considerada retórica.

Todavia, a álgebra faz parte do desenvolvimento humano e, como tal, surge inicialmente como uma solução para as necessidades práticas, presentes em várias formas no nosso quotidiano. Por essa razão, e com razão, é uma parte importante do ensino de matemática elementar e secundário. Hoje, a álgebra continua sendo uma parte essencial do currículo matemático em todos os níveis de ensino, e sua influência permeia muitos aspectos da vida moderna.

Reconhecendo a relevância da álgebra para o desenvolvimento da cidadania, em 20 de dezembro de 2017 foi aprovada a Base para o Currículo Nacional Comum (BNCC), a qual apresenta em seu documento que as unidades disciplinares de álgebra deveriam ser desenvolvidas desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A BNCC apresenta diversos aspectos da álgebra, tais como:

Considerando o Ensino Fundamental, menciona-se a Exploração de Números e Operações, tendo em vista que desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a BNCC prevê que os estudantes devem começar a compreender as propriedades das operações aritméticas básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), bem como a relação entre números.

A BNCC também expõe a Introdução a Expressões Numéricas, em que os estudantes são introduzidos gradualmente ao conceito de expressões numéricas, como "3 + 4" ou "5 × (2 + 1)", que constituem uma base para a compreensão de expressões algébricas mais complexas.

Para o Ensino Médio, explicita-se a Progressão dos Conceitos Algébricos, de modo que a BNCC do Ensino Médio assegura que os estudantes são levados a uma compreensão mais profunda da álgebra, devendo ser capazes de manipular expressões algébricas, resolver equações e sistemas de equações e compreender as propriedades das funções algébricas.

Os Conceitos Avançados trazidos pela BNCC enfatizam os tópicos como polinômios, equações polinomiais, funções exponenciais e logarítmicas, matrizes e determinantes, os quais são introduzidos e explorados em maior profundidade.

Nessa conjuntura, é esperado que os estudantes desenvolvam competências voltadas à resolução de problemas como um meio de desenvolver habilidades matemáticas, incluindo aquelas relacionadas à álgebra. Os estudantes devem ser capazes de aplicar conceitos e técnicas algébricas para resolver problemas do mundo real.

Em relação ao Raciocínio e Argumentação, os estudantes devem ser capazes de justificar seus raciocínios, demonstrando a compreensão dos conceitos algébricos a fim de comunicar as próprias soluções de forma clara e coerente.

Nesse contexto, a álgebra na BNCC é vista como uma parte essencial da formação matemática dos estudantes brasileiros, preparando-os para enfrentar desafios tanto acadêmicos quanto práticos em diversas áreas da vida, sendo uma Unidade Temática a ser desenvolvida desde o primeiro ano do Ensino Fundamental.

Porém, na prática o ensino e a aprendizagem da álgebra têm produzido *déficits* diagnosticados em diversas pesquisas e avaliações governamentais. Acredita- isso se deva à ênfase nos aspectos técnicos, que muitas vezes deixa de lado o desenvolvimento de conceitos e a exploração de pensamentos mais abstratos.

Acredita-se que, ao enfatizar o pensamento algébrico ao invés de confiná-lo a problemas técnicos e operacionais, o ensino de álgebra não só contribui para o aprendizado da matemática, mas também ajuda a desenvolver o pensamento lógico abstrato nos estudantes, que é crucial para o desenvolvimento humano.

Os estudos sobre a álgebra podem apresentar diversos contextos históricos que se vinculam à matemática, sobretudo validando o processo antecedente e posterior à institucionalização da álgebra na formação dos professores nos anos iniciais (Noro *et al*., 2020). Os autores também destacam que nos últimos anos existiram propostas pertinentes ao processo de ensino-aprendizagem da álgebra na educação básica, visando o ganho de mais espaço no cerne das pesquisas educacionais.

Essa evolução ao longo da história reforça a ideia da importância dos documentos curriculares escolares que compõem o planejamento pedagógico, os quais são muito explicativos no que tange às reflexões sobre o ensino para cada faixa etária (Jungbluth *et al*., 2020). O Programa Nacional Comum Curricular (BNCC) aprovou, em 2017, o Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) , o qual adicionou novos padrões para a regularização dos anos iniciais escolares, sobretudo no que diz respeito ao ensino algébrico.

A temática da álgebra refere-se a um assunto de abordagem privilegiada no que diz respeito à valorização de regras, além de documentos extras que se aplicam para fomentar a compreensão acerca do desenvolvimento do pensamento algébrico. Desse modo, é possível abranger a capacidade de análise de dados com o intuito de esclarecer as possíveis generalizações que ocorrem com a matemática (Noro *et al*., 2020).

Nesse sentido, a álgebra sempre assumiu um conjunto de linguagens e aspectos pertinentes à intenção de desenvolver um pensamento voltado à álgebra logo nos anos iniciais das atividades escolares, levando em conta a contemplação das particularidades dessa disciplina nos casos mais simples aos mais complexos (De Paula *et al.,* 2023). Por isso, o ato de antecipar o ensino algébrico também se refere a um tipo de adiantamento que visa investir nas abordagens que associam a aritmética (como insuficiente para a resolução de problemas) e a álgebra (como proposta mais específica para auxiliar as soluções) (Jungbluth *et al*., 2020).

A educação matemática também assume uma perspectiva que, de certo modo, privilegia o pensamento algébrico logo nos anos iniciais. Assim, a aritmética precisava ser aprofundada, e junto disso o advento da álgebra favoreceu as etapas de ensino que sempre estimaram a solução de problemas, tendo em vista a formação continuada que a escola promove na vida dos indivíduos (De Paula *et al.,* 2023).

Por outro lado, considera-se a história da educação matemática junto aos documentos equivalentes, como um período que propõe o estudo algébrico sob diversas perspectivas, tanto para a formação do professor quanto para os educandos. Assim, os avanços também estão pautados em discussões que percorrem um caminho longo, o qual busca redigir uma história de sucesso no que tange ao desenvolvimento da profissão, da disciplina e dos próprios estudantes (Jungbluth *et al*., 2020).

De modo geral, a formação do licenciado em Matemática eleva a consideração sobre a existência dos distintos aspectos que permeiam as esferas da matemática acadêmica e escolar (Jungbluth *et al*., 2020). Existem diferenças muito pertinentes ao valor da matemática nesses contextos, sobretudo para ressaltar as estruturas abstratas e todo o procedimento de lógica e dedução que se envolve com a álgebra (De Paula *et al.,* 2023).

Considerando o aspecto acadêmico e contribuindo para a pluralidade que a matemática ocupa diante do espaço em que está inserida, entende-se que âmbito lógico expressa diversas precisões em função da linguagem, e isso faz total sentido ao trabalho que a educação exerce sobre os estudantes que precisam ser ensinados a resolverem problemas (Santos, 2020). Com isso, ainda houve outros avanços inerentes à elucidação da expressão que reforça o “saber da profissão”, como uma atividade que busca instruir o professor a partir de vieses específicos relacionados ao assunto sobre docência (Pacheco, 2021).

A formação de professores tem sido um assunto recorrente no âmbito de pesquisas e produções científicas, ressaltando a necessidade de a educação matemática ocupar um campo de disciplina restrita que visa os saberes específicos por meio do auxílio docente e das demais incorporações que todos os aprendizados apresentam. Sob a ótica da urgência em entender pedagogicamente o estudante para instrui-lo em relação ao ensino da álgebra, as práticas e investigações matemáticas giram em torno de formações que não cessam, ou seja, são contínuas e buscam ressignificar constantemente a ação que a pedagogia promove sobre a subjetividade que consiste no saber (Pacheco, 2021).

As licenciaturas passam por reformulações frequentes com a intenção de inventariar os assuntos aplicados no meio acadêmico como modo de fomentar a formação de qualidade dos professores que, em dado momento, pleitearão ocupações voltadas ao ensino da álgebra (Pacheco, 2021). O ato de sistematizar e institucionalizar a álgebra possibilitou que essa disciplina se tornasse mais visível devido ao processo histórico que envolveu as disputas sociais, de sindicatos e administrações escolares (Santos, 2020).

Olhando para trás na história da álgebra, desde o início quando o objeto de estudo eram as equações algébricas concretas até o estabelecimento de um campo de pesquisa, essencialmente abstrato hoje (se considerarmos as muitas questões que os pesquisadores estão apontando atualmente), perceberemos a necessidade de olhar para padrões e precipitações teóricas.

A mesma história nos conta como se deu a difícil constituição desse campo do saber. Houve a necessidade de estabelecer uma linguagem simbólica, adequada aos problemas tratados, e o consequente surgimento de conceitos algébricos cada vez mais abstratos. Essa é a única forma de solidificar a álgebra como um campo de conhecimento e, portanto, um campo que é resultado do desenvolvimento histórico e inato ao homem.

Em outras palavras, o conhecimento algébrico requer um ambiente social e cultural para ser aprendido e assimilado pelos indivíduos. De acordo com nossa estrutura social, esse ensino é responsabilidade da escola, ou, mais especificamente, responsabilidade da disciplina de matemática.

Historicamente, a álgebra desempenhou um papel fundamental no desenvolvimento da matemática e, por muito tempo, especificou o processamento de números e a resolução de problemas, principalmente equações. Na antiguidade, egípcios, babilônios, chineses, indianos e árabes, entre outros povos, desenvolveram a álgebra para dar suporte a algumas práticas cotidianas.

O desenvolvimento da matemática primitiva ocorreu principalmente ao longo dos principais rios da África e da Ásia, como o Tigre, o Nilo e o Eufrates. Segundo Eves (2004), grandes sociedades como a Mesopotâmia e a Egípcia se estabeleceram ao redor desses rios. Tendo em vista o desenvolvimento desses povos, a matemática foi utilizada para satisfazer as necessidades de suas atividades, ou seja, principalmente para contribuir com a produção agrícola e de engenharia. Assim, “a matemática foi inicialmente focada na medição aritmética e prática” (Eves, 2004, p. 20).

As antigas civilizações da Mesopotâmia desenvolveram seus métodos de escrita e números, deixando seus registros em tabuletas ou tabletes de argila. Nele, eles criaram a Matemática, por meio da notação cuneiforme, e usaram a notação sexagesimal. Esses indivíduos usavam uma álgebra retórica bem desenvolvida, conforme relatado por Boyer (1996, p. 21). Em vez de usar "letras para quantidades desconhecidas, eles usavam palavras como 'comprimento', 'largura', 'volume'". Os matemáticos da Mesopotâmia eram tão habilidosos que, por volta de 2.000 a.C, já estavam resolvendo equações de segundo grau.

Seu problema enfatiza a resolução de equações cúbicas. Exemplo: "Se a área menos o comprimento do lado for 14,30, então o problema pede o comprimento do lado de um quadrado" (Boyer, 1996, p. 21). A solução desse problema em linguagem moderna é a seguinte: $x^2 - x = 870$. Mas os mesopotâmios resolveram da seguinte forma: "Pegue a metade de 1, que é 0;30, depois multiplique 0;30 por 0;30, que dá 0;15; adicione isso a 14,30, que é 14;30;15. Isso é o quadrado de 29;30. Agora adicione 0;30 a 29;30 e o resultado é 30, ao lado do quadrado" (Boyer, 1996, p. 22).

> A civilização egípcia desenvolveu sua escrita principalmente através de símbolos denominados hieróglifos. Há registros também de escritas em grego e em demótico. O sistema numérico dos egípcios baseava-se na escala de dez. Grande parte das escritas foi feita em papiros. O mais famoso deles é o papiro de Rhind ou papiro de Ahmes, datado de 1650 a.C., composto de 85 problemas, dentre eles os relacionados à multiplicação e à divisão, frações e determinação da área de um círculo (Eves, 2004, p. 70).

Embora a matemática dos egípcios não fosse tão avançada quanto a dos babilônios, sua capacidade de resolver equações lineares se reflete no papiro. A álgebra dos egípcios era simbólica.

Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel, três conceitos do ensino de álgebra historicamente influenciaram o ensino da matemática elementar ao longo do tempo. O primeiro conceito, chamado de pragmatismo linguístico, dominou do século XIX até meados do século XX. Entende-se que a principal função do ensino de álgebra é fornecer aos estudantes uma ferramenta técnica superior à aritmética e que ajude a resolver equações e problemas de álgebra.

Ainda segundo este conceito, o estudante deverá dominar, ainda que mecanicamente, as Ainda segundo esse conceito, o estudante deverá dominar, ainda que mecanicamente, as técnicas que suportam a sua aplicação de regras e propriedades algébricas. Isso por si só é suficiente para o estudo da álgebra. O ciclo de ensino da álgebra começa com o cálculo literal, ou seja, o estudante deve saber operar operações básicas, como: adição, subtração, multiplicação e divisão de expressões algébricas. Este estudo foi desenvolvido a partir de uma série de exercícios destinados a permitir que os estudantes manipulem essas expressões algébricas com precisão. Só depois disso é permitido introduzir problemas que exijam dos estudantes a aplicação da álgebra.

O segundo conceito, conhecido como fundamentalismo estrutural, dominou entre 1970 e 1980. Isso trouxe uma nova maneira de entender a álgebra e, com base em propriedades estruturais, serviu de ponte para provar e verificar passagens "misteriosas" da álgebra. Esse conceito sustenta que o papel do ensino de álgebra é fornecer aos estudantes uma base matemática lógica que será usada ao longo da vida escolar.

Os tópicos sugeridos para a compreensão da álgebra são apenas aqueles dentro do domínio numérico, teoria dos conjuntos, propriedades estruturais e comutativas da adição e da multiplicação, associatividade, elementos neutros, relações e funções. Dessa forma, tais aplicações justificam logicamente cada etapa do processo algébrico. O terceiro conceito é chamado de analogia fundamentalista, que por sua vez “mistura um pouco” os dois conceitos citados, ou seja, resgata e valoriza o trabalho instrumental da álgebra e defende ideias fundamentalistas, mas seu fundamento não contém estruturas de atributos, mas usa modelos semelhantes a modelos geométricos ou físicos que permitem aos estudantes perceber e visualizar passagens algébricas.

Décadas atrás, as avaliações do governo apontavam possíveis déficits no aprendizado da matemática, principalmente da álgebra, como vimos em Silva (2008), que forneceu estatísticas sobre o desempenho dos estudantes em matemática no SAEB-2003. Da mesma forma, Ribeiro (2001) analisou o desempenho em álgebra dos estudantes do Ensino Fundamental com base nos dados do Saresp.

Outros estudos também mostraram que os estudantes têm dificuldade em aprender álgebra (Lins; Gimenez, 2001). Esses achados não estão apenas no Brasil, mas em muitos países. Podemos citar como exemplo o 12º Estudo ICMI em 2001, que foi dedicado ao ensino de álgebra e falou da necessidade de desenvolver a abstração nos estudantes (Stacey; Chick, 2004).

O que se infere é que o aprendizado de álgebra alcançou nas últimas décadas vem de um processo em que o ensino na área sofreu ao longo dos anos e ainda é popular nas escolas atuais. No Brasil, mesmo com diversas reformas educacionais que introduziram novas diretrizes para o sistema educacional, o ensino de álgebra na educação básica permaneceu praticamente inalterado. Muitos pesquisadores afirmam que o aprendizado de um conjunto de técnicas manipulativas ainda prevalece no ensino de álgebra, mas essas técnicas buscam simplesmente resolver equações sem incorporar seu contexto (Aguiar, 2014).

Percebe-se que a matemática é ensinada em quase todos os níveis e achamos que a ênfase na linguagem da matemática é exagerada. O problema central parece ser que escrever corretamente, falar corretamente, prejudica fundamentalmente o papel que a matemática pode desempenhar em favor do pensamento algébrico e do tempo organizados e criativos.

Obviamente, não é uma questão de pensamento versus linguagem. É uma questão de pensamento e linguagem. Não se pode pretender considerá-los separadamente, ou uni-los, e tratá-los um de cada vez, pois eles só podem ser aprendidos em relação um ao outro. Na matemática, no entanto, o pensamento está por trás da linguagem da matemática com uma frequência muito alta. Em uma parcela considerável de textos, mesmo em textos didáticos, o caminho escolhido para obter o resultado é sempre o mais curto, o mais confortável ou o mais agradável esteticamente do ponto de vista linguístico. (Machado, 1991, pp. 97-8)

De Machado (1991) pode-se deduzir que, para ensinar álgebra, o desenvolvimento do pensamento, especialmente o raciocínio algébrico, deve estar vinculado à forma como o pensamento é escrito, e que essas habilidades devem ser desenvolvidas em conjunto, ao invés de enfatizar qualquer um deles, o que prejudicaria a outro. Portanto, os resultados obtidos devem estar relacionados à forma de pensar na hora de ensinar, e não à forma mais fácil de resolver o problema.

Todos os educadores acreditam ser importante o ensino da álgebra. Tradicionalmente ouvimos dos nossos estudantes questionamentos sobre para que servem as letras, sendo que a partir de certo momento eles param de questionar a linguagem algébrica e aceitam resignadamente, pois precisam passar pelos testes sobre esse conceito.

Depois de analisar documentos e o currículo oficial, observamos que a álgebra é apresentada de forma fragmentada, enfatizando um aspecto em detrimento de outros, sem as correlações e as contextualizações necessárias, ignorando como são formados os pensamentos e as abstrações algébricas em suas múltiplas formas: parâmetros, funções, incógnitas e variáveis.

Assim, faz-se necessária uma análise para compreensão das dificuldades da aprendizagem da álgebra, que parece ser natural frente à forma desarticulada e desvinculada de como se forma o pensamento algébrico no desenvolvimento humano e, consequentemente, no ambiente escolar.

CAPÍTULO 2 – PENSAMENTO ALGÉBRICO NO CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

2.1. Parâmetros Curriculares Nacionais e Base Nacional Comum Curricular

Os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) são um conjunto de orientações educacionais desenvolvidas pelo Ministério da Educação (MEC) do Brasil. Eles foram criados para servir como referência para a elaboração e implementação dos currículos das escolas de todo o país.

Os PCNs foram elaborados com o objetivo de fornecer diretrizes que orientem as práticas pedagógicas, promovam a qualidade do ensino e garantam uma educação básica mais consistente e uniforme em todo o território nacional. Os PCNs abrangem diversas áreas do conhecimento, como Língua Portuguesa, Matemática, Ciências Naturais, História, Geografia, Artes, Educação Física, entre outras. Eles são divididos em três partes principais:

A introdução fornece uma visão geral dos objetivos e princípios dos PCNs e explica a importância da estruturação do currículo escolar e da promoção da qualidade da educação.

Na parte geral são apresentadas as diretrizes gerais para a educação básica, incluindo temas como os fundamentos da educação, a organização curricular, a avaliação e o papel da escola na sociedade.

As partes específicas dedicam-se a cada uma das áreas do conhecimento, detalhando os objetivos de aprendizagem, os conteúdos a serem trabalhados, as competências e habilidades a serem desenvolvidas, bem como sugestões de metodologias e recursos didáticos para cada disciplina.

Os PCNs foram concebidos para oferecer flexibilidade aos educadores, permitindo que adaptem as diretrizes às necessidades específicas de suas escolas e estudantes. Eles também têm sido utilizados como referência para o desenvolvimento de políticas educacionais e para a elaboração de materiais didáticos em todo o país.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) referem-se às diretrizes estabelecidas pelo Governo Federal, cujo propósito foi orientar a educação brasileira, sobretudo no que tange a separação das disciplinas. Ademais, os PCNs incluem as redes pública e privada de ensino, de modo que os parâmetros definidos são distintos e vigoram em caráter obrigatório para cada esfera (Geronimo; Gatti; Barbosa, 2021).

Esses parâmetros afirmam que a matemática deve desempenhar um papel relevante na formação das capacidades intelectuais infantis, de modo que esse tipo de estruturação também salienta a importância de aperfeiçoar o raciocínio das crianças. Ressalta-se que essa disciplina contribui fortemente para a solução de problemas diversos, visto que a aplicação matemática está presente no cotidiano de todos os indivíduos (Geronimo; Gatti; Barbosa, 2021).

Quando os parâmetros foram escritos, o documento reforçava a organização escolar de natureza seriada, e o Ensino Fundamental recebeu uma subdivisão por ciclos, em séries bianuais. Ademais, os PCNs esclarecem a necessidade de agrupar os ciclos de cada série de acordo com as finalidades do processo de ensino-aprendizagem, sobretudo com a intenção de inibir o excesso de fragmentação entre os objetivos educacionais e os conteúdos existentes (Júnior; Cavalcanti; Ostermann, 2021).

É preciso viabilizar a abordagem do conhecimento a partir de indicativos que contemplem o estudo dos números e de operações diversas que regem o intelecto infantil, fomentando o desenvolvimento cognitivo, de raciocínio e lógica da criança (Geronimo; Gatti; Barbosa, 2021). Os autores ainda pontuam que a redução de todo conteúdo matemático está pautada nos PCNs que são respectivamente indicados nos currículos vigentes para o Ensino Fundamental, abrangendo a atividade aritmética e algébrica, além do campo da geometria e de grandezas que integram todas essas vertentes matemáticas.

Sempre foi necessário apresentar às crianças os conteúdos tendo em vista o fornecimento de informações cotidianas e elucidando as possíveis aplicações para a construção do saber, o que ficou reconhecido como “Tratamento da Informação”, conforme apontam os PCNs (Oliveira *et al*., 2021). Diante disso, trabalha-se com análises e orientações relativas acerca da álgebra como um bloco de “Número e Operações” que permeia a relação entre os campos da matemática, no entanto ainda existem assuntos abstratos do ponto de vista da elucidação básica que a criança recebe, considerando os PCNs (Júnior; Cavalcanti; Ostermann, 2021).

Os parâmetros ainda fazem menção à constituição de um espaço onde o estudante pode desenvolver habilidades e competências pertinentes à resolução de problemas, tendo em vista a necessidade de estabelecer consensos para estimular o pensamento algébrico. Assim, o engajamento nas atividades se correlaciona às distintas concepções que a álgebra apresenta (Oliveira *et al.,* 2021).

De acordo com os PCNs, a álgebra possui dimensões diferentes, as quais se dividem em quatro principais, tais como: Aritmética Generalizada, Funcional, Equações e Estrutural. Com isso, parte-se da ideia de que há dimensões que incluem o uso de letras nos modelos aritméticos, bem como variáveis que compõem as expressões, relações e funções. Ademais, as letras também simbolizam o abstrato e as incógnitas (Oliveira *et al.,* 2021).

Não bastante, o conteúdo de todas as dimensões algébricas valida as diferentes propriedades que cada operação possui frente às eventuais generalizações que o próprio padrão aritmético exibe, e isso se refere às variações de grandezas, resoluções de equações, cálculos e expressões equivalentes (Geronimo; Gatti; Barbosa, 2021).

A partir dessas dimensões, os PCNs também enfatizam que o ensino de álgebra visa permitir que o estudante dê um significado para a linguagem numérica com a intenção de que as ideias matemáticas surjam e se estabeleçam durante o processo lógico e de racionalização do indivíduo (Oliveira *et al*., 2021). Frente a isso, é fundamental compreender os principais conceitos da matemática, como variável e função, representação de fenômeno, gráfico, formulação, equação e outros.

A álgebra foi expandindo com o passar do tempo e envolveu novas noções acerca de conceitos e “blocos” que compõem os PCNs, o que possibilitou o estabelecimento de conexões com a linguagem matemática, proporcionalidades, figuras, finanças, tabelas e outros componentes pertinentes a essa disciplina (Geronimo; Gatti; Barbosa, 2021). Os autores pontuam que os PCNs se mantiveram vigentes como diretrizes educacionais até a formação da Base Nacional Comum Curricular, cuja origem se relaciona à Lei n° 13.005 de 2014, devidamente regulamentada pelo Plano Nacional de Educação (PNE) (Júnior; Cavalcanti; Ostermann, 2021).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) refere-se a um documento que normatiza a aprendizagem essencial de todos os estudantes em caráter progressivo, de modo que o conjunto das informações contidas nessa base auxiliam o desenvolvimento das etapas e modalidades pertinentes à Educação Básica (Geronimo; Gatti; Barbosa, 2021). O objetivo central desse documento é nortear a educação brasileira face a uma formação humana e integralmente construída para fomentar a sociedade justa, inclusiva e democrática (Godoy; Gonçalves; Vianna, 2021).

A BNCC originou-se a partir da Lei n° 9.394 de 1996 que define as Diretrizes e Bases da Educação Nacional, e em seu artigo 26 regulamenta a BNCC (Brasil, 1996). Já a Lei n° 13.005 de 2014 trata sobre o PNE com vigência de 10 anos, no qual reiteraram-se as necessidades supracitadas acerca da educação brasileira, visando manter a qualidade em cada meta de ensino (Brasil, 2014).

Os documentos passam constantemente por revisões, e, em 2017, o Ministério da Educação entregou a versão finalizada da BNCC, a qual foi apreciada pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) e houve a homologação em 20 de dezembro de 2017 (Brasil, 2017). A partir disso, diversos agentes da educação e pesquisadores passaram a direcionar os próprios estudos para a análise mais refinada desse documento com o propósito de compreender a implementação, regimento e impactos da BNCC sobre a educação nacional (Godoy; Gonçalves; Vianna, 2021).

Segundo esse próprio documento, os fundamentos inerentes à pedagogia norteiam a construção do desenvolvimento de competências que atendem a uma espécie de demanda social nos últimos anos, de modo que a BNCC aduz que os estudantes devem estar submetidos às cincos áreas do conhecimento, tais como Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Ensino Religioso (Godoy; Gonçalves; Vianna, 2021).

Cada área possui elementos curriculares, e, considerando a matemática como objeto deste estudo, salienta-se que o componente chave visa apresentar às crianças um conjunto de habilidades numéricas que devem ser exploradas por meio dos aspectos fundamentais devidamente articulados pelo educador, levando em conta os aspectos de equivalência, ordem, proporção, interdependência, representação, variação e aproximação (Fonseca; Gontijo, 2020).

O documento ainda explica que o Ensino Fundamental deve obter conhecimento em números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística (Godoy; Gonçalves; Vianna, 2021). Desse modo, a BNCC reforça que a matemática aplicada ao Ensino Fundamental objetiva pautar um compromisso de desenvolvimento do letramento matemático, o qual define as competências de raciocinar, representar e argumentar matematicamente (Fonseca; Gontijo, 2020).

O Ensino Fundamental possui articulações diversas, e aquelas que permeiam o campo da matemática visam assegurar que os estudantes obtenham vivências empíricas acerca de induções e conjunturas para a solucionarem problemas de investigação matemática, de modo que esse tipo de desenvolvimento refere-se a uma "modelagem" do que realmente é a matemática, em uma constituição estratégica para favorecer o processo de ensino-aprendizagem nos anos iniciais (Fonseca; Gontijo, 2020).

A BNCC enfatiza que a Matemática também auxilia a obtenção das seguintes competências específicas (Quadro 1):

Quadro 1 – Competências matemáticas para o Ensino Fundamental

Competências	Especificidades
Reconhecer	Necessidades humanas e preocupações distintas sobre a resolução de problemas tecnológicos e científicos para subsidiar descobertas.
Desenvolver	Raciocínio lógico, espírito de investigação, capacidade de produzir argumentos matemáticos.
Compreender	Relação entre conceito e procedimento nos diversos campos da matemática, capacidade de construção da perseverança para solucionar problemas.
Sistematizar	Aspectos quantitativos presentes na vivência social, investigação, organização, comunicação, representação e interpretação de dados.
Enfrentar	Situação problema em diversos contextos, expressão de respostas sintéticas e relacionadas à linguagem gráfica, de tabelas, fluxogramas,

	algoritmos e demais ferramentas para a exposição de dados.
Desenvolver	Projetos de cunho social envolvendo princípios éticos e democráticos a partir de um viés matemático.
Interagir	Planejamento e coletividade em busca de consenso formalizado para a solução de problemas, pensamento de oposição e debates racionais que estimulam a lógica.

Fonte: Arruda; Ferreira; Lacerda (2020)

No que se refere a unidade de Álgebra para o Ensino Fundamental, o ato de desenvolver um pensamento algébrico parte da ideia de equivalência, variação, proporcionalidades e interdependência. Deste modo, o desenvolvimento da álgebra no cérebro infantil é estabelecido por meio de generalizações e análises que apresentam linguagem algébrica equivalente ao ano/série de estudo (Arruda; Ferreira; Lacerda, 2020). Com isso, a BNCC ainda argumenta que a dimensão da álgebra deve ser uma realidade nos anos iniciar do Ensino Fundamental.

Está previsto na BNCC que os estudantes devem trabalhar formalmente com o pensamento algébrico a fim de criar noções mais sólidas acerca do raciocínio expandido, de uma ideia que se vincula à linguagem matemática e transforme o No que se refere à unidade de álgebra para o Ensino Fundamental, o ato de desenvolver um pensamento algébrico parte da ideia de equivalência, variação, proporcionalidades e interdependência. Desse modo, o desenvolvimento da álgebra no cérebro infantil é estabelecido por meio de generalizações e análises que apresentam linguagem algébrica equivalente ao ano/série de estudo (Arruda; Ferreira; Lacerda, 2020). Com isso, a BNCC ainda argumenta que a dimensão da álgebra deve ser uma realidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Está previsto na BNCC que os estudantes devem trabalhar formalmente com o pensamento algébrico a fim de criar noções mais sólidas acerca do raciocínio expandido, de uma ideia que se vincula à linguagem matemática e transforme o ensino em aprendizagem (Arruda; Ferreira; Lacerda, 2020). Diante disso, ressalta-se a importância do desenvolvimento das habilidades previstas por esse documento, sobretudo validando a sistematização dos aspectos mais complexos que existem no ensino da matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental (Moraes; Pereira, 2021).

A BNCC abrange uma grande contribuição para a esfera de ensino algébrico somado ao desenvolvimento do pensamento que se associa, futuramente, a uma linha computacional, principalmente de algoritmos e fluxogramas elaboradores virtualmente que se tornam objetos de muito estudo nas aulas de matemática (Moraes; Pereira, 2021). Percebe-se que há certa linearidade nos conteúdos propostos e na prática vivenciada, no entanto evidencia-se a relevância do pensamento algébrico a partir de uma comunicação efetiva que faça real sentido para a linguagem simbólica que existe nessa disciplina.

A linguagem simbólica da álgebra é uma forma de expressar relações matemáticas usando símbolos e letras para representar quantidades desconhecidas ou variáveis. Essa linguagem é fundamental para resolver problemas matemáticos de maneira abstrata e generalizada. Aqui estão alguns dos principais elementos da linguagem simbólica da álgebra desenvolvidos ao longo do ensino fundamental:

Variáveis: as letras são usadas para representar quantidades desconhecidas ou variáveis em uma equação ou expressão algébrica. Por exemplo, em "2x + 3", "x" é a variável.

Coeficientes: os números multiplicados pelas variáveis são chamados de coeficientes. No exemplo anterior, "2" é o coeficiente de "x".

Operadores matemáticos: os símbolos matemáticos como adição (+), subtração (-), multiplicação (×), divisão (÷), potenciação (^) e radiciação (√) são usados para representar operações entre as variáveis e coeficientes.

Equações: as equações são expressões matemáticas as quais afirmam que duas quantidades são iguais. Elas são escritas com um sinal de igual (=) entre as expressões. Por exemplo, "2x + 3 = 9" é uma equação.

Expressões algébricas: são combinações de variáveis, coeficientes e operadores matemáticos que podem ser simplificadas ou resolvidas. Por exemplo, "2x + 3" é uma expressão algébrica.

Termos: partes individuais de uma expressão algébrica separadas por operadores matemáticos. Por exemplo, em "2x + 3", "2x" e "3" são termos.

Simplificação e resolução: as expressões e equações algébricas podem ser simplificadas ou resolvidas usando regras específicas, como a distributiva, associativa e comutativa, além de propriedades de operações matemáticas.

A linguagem simbólica da álgebra permite representar e resolver uma variedade de problemas matemáticos de forma abstrata e generalizada, facilitando a análise e compreensão de relações matemáticas em diversos contextos.

2.2. *Pensamento Algébrico Dedutivo no ensino da matemática*

O pensamento algébrico dedutivo é considerado um componente cognitivo muito importante para a aprendizagem da matemática, sendo assim a sala de aula torna-se uma grande oportunidade para os docentes da disciplina desenvolverem esse tipo de pensamento. A fundamentação teórica dos trabalhos de autores como Aguiar (2007) nos trouxe um pensamento algébrico dedutivo que pode ser utilizado para orientar o docente a desenvolver uma estratégia para ensinar a ciência em questão.

Aguiar (2007) propõe que o docente utilize o pensamento algébrico dedutivo no desenvolvimento de uma estratégia de ensino adequada à realidade da sala de aula. Essa estratégia enfatiza que o professor deve apoiar os estudantes no desenvolvimento de suas habilidades de pensamento algébrico, providenciando *feedbacks* apropriados e atividades de pensamento algébrico dedutivo, que são fundamentais para o desenvolvimento do conhecimento matemático.

Essa abordagem também propõe que o professor leve os estudantes em direção ao entendimento de problemas para que eles sejam capazes de formular hipóteses sobre a estrutura de um problema, explorar e desenvolver conhecimentos matemáticos por meio do uso do pensamento algébrico dedutivo.

- Desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas: a álgebra ensina métodos sistemáticos para abordar e resolver problemas matemáticos e, por extensão, problemas da vida real. Desenvolve a capacidade de analisar um problema, identificar padrões e aplicar técnicas adequadas para chegar a uma solução.

- Abstração e generalização: o pensamento algébrico envolve trabalhar com símbolos e expressões abstratas, o que ajuda a generalizar padrões e relações. Essa capacidade de abstração é útil em diversas disciplinas, desde Ciências até Economia e Engenharia.

- Fortalecimento do raciocínio lógico: a álgebra requer um raciocínio lógico sólido para manipular equações e resolver problemas. Isso promove habilidades de pensamento crítico, dedutivo e analítico, que são valiosas em muitos aspectos da vida.

- Preparação para disciplinas avançadas: a álgebra é uma base fundamental para muitas disciplinas avançadas, como Cálculo, Física, Estatística e Ciência da Computação. Um sólido entendimento de álgebra é essencial para progredir nessas áreas.

- Aplicações práticas: muitos aspectos da vida cotidiana envolvem conceitos e habilidades algébricas, como planejamento financeiro, análise de dados, *design* de sistemas e tomada de decisões. Estudar álgebra capacita as pessoas a enfrentar esses desafios de forma mais eficaz.

- Desenvolvimento de competências digitais: à medida que a tecnologia torna-se cada vez mais integrada à sociedade, habilidades de pensamento algébrico tornam-se importantes também para entender e criar algoritmos, programar computadores e usar ferramentas de análise de dados.

- Capacidade de comunicação e argumentação: a álgebra ensina a expressar ideias de forma clara e precisa, utilizando símbolos e linguagem matemática. Isso fortalece a capacidade de comunicar raciocínios e argumentos de maneira eficaz, tanto na escrita quanto na fala.

Portanto, a fundamentação teórica do pensamento algébrico dedutivo pode ser usada como guia pelo professor de Matemática para desenvolver uma estratégia de ensino que se aplique à realidade da sala de aula. Com essa estratégia, o docente deve fornecer recursos que apoiem e incentivem os estudantes na construção de seu conhecimento matemático por meio do pensamento algébrico dedutivo. Dessa forma, o professor pode aprimorar os níveis de compreensão e motivação dos estudantes e aumentar a eficácia do ensino de Matemática (Aguiar, 2007).

O ensino da álgebra enfatiza a necessidade de proporcionar um desenvolvimento algébrico a partir de o estudante identificar os padrões e as regularidades que compõem a expressão numérica, bem como a aplicação de incógnitas ou variáveis diversas. Diante disso, há diversas pretensões acerca da formulação de uma espécie de “receita” que auxilie instantaneamente o alcance dos objetivos relacionados ao processo de ensino e aprendizagem da matemática (Oliveira; Melo, 2020).

As reflexões contemporâneas sobre o assunto explicitam anseios específicos que a álgebra ocupa quando aplicada aos anos iniciais dos estudantes, sobretudo validando o entendimento sobre a história dessa disciplina e o desenvolvimento do pensamento algébrico a partir das relativizações do ensino, pensamentos específicos sobre a matemática ser aplicada como ferramenta na resolução de problemas e a demonstração de aplicações históricas que auxiliam no manuseio do conteúdo (Senna Dias; Noguti, 2023).

A partir disso, torna-se inevitável a abordagem que explica a aplicação da álgebra no pensamento dedutivo correlacionado ao ensino da matemática nos anos iniciais. A álgebra é um pilar muito relevante da Matemática, cujo termo também se aplica ao desenvolvimento de métodos caracterizados como ferramentas de resolução de problemas, as quais possuem regras muito claras que são definidas pela linguagem matemática (Bortolete; Oliveira; Guaranha, 2022).

Antes de mencionar o pensamento algébrico, entende-se também que a álgebra retórica ou verbal é igualmente importante aos estudantes, e os fundamentos dessa dinâmica encontram-se devidamente instaurados dentro da própria aritmética até os dias atuais (Lima; Borges Neto, 2023). Os autores ainda pontuam que o desenvolvimento de uma linguagem matemática promove a inserção de letras e símbolos matemáticos que fomentam a precisão dos cálculos, o que promove melhorias constantes para cada notação algébrica.

É preciso considerar que a aritmética exerce certa influência sobre as atividades algébricas nos anos iniciais, sobretudo no que diz respeito a aplicação na solução direta dos problemas mais variados que existem. Desse modo, torna-se cada vez mais fácil reconhecer o espaço que a álgebra ocupa no estímulo do pensamento matemático (Lima; Borges Neto, 2023), além de que os anos iniciais escolares devem prover a facilitação desse processo para oportunizar a chegada ao Ensino Médio com mais subsídios.

As articulações matemáticas e algébricas devem ser trabalhadas com a intenção de evitar que o estudante crie quaisquer tipos de disposições com a disciplina, principalmente fornecendo segurança para lidar com a álgebra de uma maneira subsequente, ou seja, considerando o acompanhamento da matemática até os anos finais (Lima; Borges Neto, 2023). Assim, o pensamento algébrico deve eliminar qualquer barreira existente no processamento mental dos dados matemáticos, apontando uma verdadeira oportunidade para alavancar os conhecimentos (Senna Dias; Noguti, 2023).

O raciocínio algébrico busca educar matematicamente os estudantes, de modo que é necessário ajustar a maneira que o estudante recebe as informações, facilitando o processo de desenvolvimento do pensamento lógico a fim de que o ensino alcance as melhores necessários e cabíveis aos anos iniciais (Senna Dias; Noguti, 2023). Ainda para os autores, é de suma importância que os professores apontem quaisquer eventos de defasagem no aprendizado dos educandos a fim de exigir o pleno desenvolvimento do pensamento algébrico.

É seguro pensar que a álgebra alinha-se diretamente aos preceitos matemáticos, cujos resultados das operações visam representar as relações entre as expressões, além de promover algum tipo de inquietação nos estudantes acerca de buscarem mais conhecimentos sólidos sobre a base matemática, não somente para validar os valores numéricos, mas para estimular o próprio pensamento lógico e dedutivo (Bortolete; Oliveira; Guaranha, 2022).

A conveniência da matemática está ancorada em um aprendizado capaz de segregar artificialmente os estudantes em prol de selecionar as séries que mais se afeiçoam ao pensamento algébrico, ou aquelas que apresentam mais facilidade para lidar com o desenvolvimento desse tipo de raciocínio (Lima; Borges Neto, 2023). Os autores também enfatizam a relevância acerca de esse processo se justificar por meio dos fundamentos contidos no próprio currículo da educação básica vigente no país.

É imprescindível que a matemática não se torne obsoleta com o passar do tempo, mas assuma verdadeiramente a sua posição de real significância nos aspectos introdutórios a álgebra. Com isso, os anos iniciais beneficiam-se desse conjunto de informações pertinentes à matemática, e de forma abrupta passam a trabalhar com a abstração contida nos pensamentos algébricos, lógicos e dedutivos (Oliveira; Melo, 2020).

2.3. Pensamento Algébrico na Educação Básica

Durante a introdução do componente curricular Matemática para os estudantes mais novos observa-se certa dificuldade em relação à álgebra por eles realizarem atividades de forma mecânica, não compreendendo de fato a dinâmica nas variáveis representadas por números, fórmulas e/ou símbolos, ou seja, não desenvolvendo o pensamento algébrico que segundo Blanton e Kaput (2005, p.413) é:

> Um processo no qual os estudantes generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade.

A metodologia de ensino escolhida é essencial para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos estudantes. É importante frisar que tal pensamento não prioriza regras, mas busca construir conhecimentos algébricos por meio de sua participação. Leva os estudantes a concluírem à sua própria maneira, por meio de hipóteses, suposições, entre outros.

Para maximizar o aprendizado e a compreensão da álgebra, o professor deve encontrar um meio de incentivar os estudantes a desenvolver por conta própria o pensamento algébrico, visto que esse pensamento não é uma simples fórmula a ser aplicada e sim um conceito, uma perspectiva para cultivar a matemática em vários âmbitos, e isso não pode ser alcançado se o estudante não abranger verdadeiramente o conceito.

Quando o estudante soluciona uma equação de maneira mecanizada seguindo as regras mostradas pelo professor, sem compreender o significado de cada operação realizada, não está pensando algebricamente.

As quatro características do pensamento algébrico segundo Blanton e Kaput:

Para Blanton e Kaput (2005), o pensamento algébrico pode ser caracterizado em quatro formas:

- o domínio da expressão e formalização da generalização da aritmética generalizada;
- generalização de padrões numéricos descrevendo as relações funcionais, ou seja, pensamento funcional;
- a modelação sendo um domínio de expressão e formalização das generalizações;
- generalização dos sistemas matemáticos abstratos do cálculo e das relações.

Morreti e Radford (2013) afirmam que: é inquestionável o quão é importante o ensino da matemática dentro do ambiente escolar como um dos elementos mais essenciais à formação dos estudantes. Consequentemente destaca-se o ensino de álgebra como uma ferramenta fundamental dos principais campos do saber matemático, uma peça primordial para o desenvolvimento da criança, já que a álgebra rompe os grilhões de relações numéricas concretas ao elevá-la para um pensamento mais abstrato.

Segundo Moretti e Radford *apud* Radford (2003), as formas de pensar algebricamente são três: o pensamento algébrico factual, o pensamento algébrico contextual e o pensamento algébrico simbólico.

Ao discutir as três formas de pensar algebricamente, o estudante, na resolução de um problema generalizado em padrões com sequência figural, deverá trilhar um caminho até chegar à dedução da fórmula (Moretti; Radford, 2013, p. 153).

Conforme Moretti e Radford (2013), é por meio do pensamento factual que o estudante conseguirá descobrir os termos faltantes da sequência a partir das figuras dadas, conseguindo deduzir assim uma fórmula algébrica, mas a denotação de uma indeterminação dependerá de números específicos e ações concretas, levando a um trabalho com a indeterminação de forma implícita. Ainda segundo Moretti e Radford *apud* Vergel (2015), são meios semióticos impulsionados por esta forma de pensamento: os gestos, os movimentos, o ritmo, a atividade perceptiva e as palavras.

Logo que o estudante utiliza o pensamento algébrico contextual, torna-se explícita a indeterminação e por isso o estudante consegue trabalhar com a figura geral. Além do mais, a fórmula encontra-se vinculada a algum contexto observado nas figuras dadas (Moretti; Radford, p. 154, *apud* Radford, 2003). Desta forma, os ritmos, os gestos e os movimentos começam a ser substituídos por frases “chaves” que são o meio semiótico principal de objetivação utilizado nessa forma de pensamento (Moretti; Radford *apud* Vergel, 2015).

O pensamento algébrico simbólico expressa o uso do simbolismo alfanumérico como a principal característica (Moretti; Radford *apud* Vergel, 2015). De acordo com Moretti; Radford (2013, p. 154), é visto como uma forma de pensamento algébrico, mas sofisticado. Porém esse tipo de simbolismo não é utilizado em todas as fórmulas, evidenciando que o estudante pensa algebricamente, uma vez que, se a fórmula fosse encontrada por meio em tentativas de erros ou adivinhações (indução ingênua), não deveria ser considerada uma fórmula algébrica, uma vez deduzida por meio de um processo que abrange características comuns, abdução analítica e determinações sensíveis.

Segundo Ferreira *et al. apud* Blanton e Kaput (2005, p. 413), ao concluir como é desenvolvido o pensamento algébrico nos anos iniciais de escolarização, chega-se à definição de que:

> (...) é um procedimento do qual são generalizadas pelos estudantes ideias matemáticas de um conjunto específico de exemplos, estabelecendo-se assim as generalizações através de um discurso de argumentação, expressadas cada vez mais por caminhos adequados a sua idade.

A interligação entre a matemática e a álgebra não exclui o fato de que são assuntos distintos em função dos objetivos que ambas possuem, cuja diferença básica refere-se ao uso ou aplicação. As letras utilizadas para identificar os números aplicam-se de maneira diferente e delimitam a ciência matemática a partir dessas especificidades as quais geram conteúdos diversos que implicam em equações, inequações, funções, entre outros (Silva; Justulin, 2021).

A matemática lida com operações numéricas e muitos autores sugerem que tanto a álgebra quanto a aritmética aplicam símbolos e regras oriundos da necessidade de manipular resultados assegurando o contexto abordado em cada operação (Ferreira; Vieira; Silva, 2022). Nesse sentido, percebe-se que não há uma forma isolada de trabalhar com o ensino da matemática, e com isso é possível compreender que a educação básica pode apresentar algum tipo de resistência no que tange à introdução da álgebra como um processo mais complexo para o professor apresentar (Silva; Justulin, 2021).

O pensamento algébrico também pode ser trabalhado a partir de perspectivas fenomenológicas, cuja atenção está voltada a uma ciência técnica devida às ciências que abordam unicamente a teoria sobre o assunto. Desse modo, o desenvolvimento científico desse assunto passou por muitas reflexões que validaram o que hoje é chamado de fundamentos matemáticos e aplicações na educação básica (Ferreira; Vieira; Silva, 2022).

Os pesquisadores do assunto ainda afirmam que para manusear com maestria a matemática, é necessário estabelecer o entrelaçamento entre o pensamento e a linguagem com a finalidade de delimitar um caminho investigativo sobre o pensamento algébrico na educação básica (Portanto, Ferreira; Vieira; Silva, 2022). O pensamento algébrico na BNCC é posto em diversas discussões para fomentar o interesse que existe no aprofundamento dos tópicos sobre a matemática nos anos iniciais.

Levando em conta as distintas oportunidades de alocar o conhecimento escolar, as unidades temáticas corroboram com a definição de um conjunto de objetos que estimulam o conhecimento a partir da adequação dos conteúdos e dos diferentes assuntos que compõem os currículos (Ferreira; Vieira; Silva, 2022). Assim, a unidade temática abrange uma gama variada de objetos e cada um possui variáveis e habilidades que requerem desenvolvimento.

2.4. O significado de trabalhar com a álgebra nos anos iniciais

Conforme Ferreira *et al*. *apud* Canavarro (2007), Oliveira (2011) e Molina (2009), trabalhar com a álgebra significa pegar o trabalho já realizado com os estudantes em aritmética e agregar outras dimensões, como exemplo um trabalho que dá a oportunidade de construir padrões, generalizações e justificativas matemáticas.

De acordo com Ferreira *et al apud* Blanton e Kaput (2005), ao determinar esferas do pensamento algébrico, são consideradas as duas mais comuns e prováveis de desenvolver o pensamento algébrico nos anos iniciais que são a aritmética generalizada, traduzida como o domínio da expressão e formalização da generalização; e o pensamento funcional, que se caracteriza como uma generalização dos padrões numéricos que narram as relações funcionais. Está incluído na aritmética generalizada:

- explorar propriedades e relações de números inteiros;
- explorar propriedades das operações com números inteiros;
- explorar igualdade como expressão de uma relação entre quantidades;
- tratar o número como generalizado, enfatizando a estrutura do número e não do seu valor;
- resolver expressões numéricas com um número desconhecido, faltante (incógnita).

Ferreira *et al. apud* Blanton e Kaput (2005) destaca o pensamento funcional como um pensamento algébrico provável de ser trabalhado nos primeiros anos, pois implica, entre outras, a concepção de letras como variáveis e não somente como incógnitas, tendo este maior frequência ao desenvolver o trabalho com aritmética.

Segundo Ferreira *et al. apud* Blanton e Kaput (2005), inseridas no pensamento funcional incluem-se cinco categorias:

- simbolizar quantidades e operar com expressões simbólicas;
- representar dados graficamente;
- descobrir relações funcionais;
- prever resultados desconhecidos usando dados conhecidos;
- identificar e descrever padrões numéricos e geométricos.

Ferreira *et al. apud* Russell, Schifter e Bastable (2011) definem que os aspectos acima apontados sobre o espectro da síntese do que significa trabalhar com álgebra nos primeiros anos, defendem que o trabalho com o pensamento algébrico envolve uma abordagem aprofundada da aritmética.

Segundo Ferreira *et al. apud* Ponte (2006, p. 76) referenda ao evidenciar que o fato de que um problema matemático não é, somente em si, aritmético, geométrico ou algébrico, mas antes de tudo é possível solucionar de diferentes formas, demonstrando que áreas da Matemática "não são compartimentadas de modo estancado". Assim diante do exposto e discutido até a presente data, surgem alguns aspectos como elementos conceituais constituintes desta pesquisa que farão parte desta avaliação dos dados apoiados na viabilidade de trabalhar com o pensamento algébrico nos anos iniciais:

• o trabalho com diferentes linguagens, além das letras e da compreensão do fazer matemático, como a construção de significados (Ferreira Ribeiro *apud* Canavarro, 2018);

• as formas de raciocínio que o estudante desenvolve e que, quando de sua operacionalização, pode ou não fazer parte do pensamento propriamente algébrico (Ferreira; Ribeiro *apud* Fiorentini; Miorim; Miguel, 2018);

• a generalização como aspecto central desse tipo de pensamento (Ferreira; Ribeiro *apud* Blanton; Kaput, 2018).

É recorrente o surgimento de dificuldades dos estudantes com o aprendizado da matemática, e esse assunto tem se tornado objeto de muitos estudos que promovem debates valiosos sobre os diferentes pontos de vista. Uma das justificativas mais comuns sobre a dificuldade com a matemática refere-se ao fato de que se trata uma temática abstrata que gera um elevado nível de desentendimento e equívocos acerca dos resultados que surgem diante de cada resolução (Ferreira; Leal; Moreira, 2020).

O ensino da matemática ainda gera a abertura de um leque para discutir vários assuntos que abrangem estudos investigativos, como é o caso do ensino da álgebra nos anos iniciais, cujo objetivo refere-se ao desenvolvimento do pensamento algébrico, visto que tradicionalmente esse tipo de estudo tende a identificar a disposição dos currículos no que tange à educação básica e ao ensino da álgebra como algo importante aos educandos (Ferreira; Leal; Moreira, 2020).

Trabalhar com álgebra nos anos iniciais condiciona-se ao objetivo de compreender as razões da segregação entre álgebra e aritmética no currículo, sobretudo para apresentar as respectivas justificativas, enfatizando a associação ou não entre ambos os conteúdos matemáticos durante esses anos, além de reforçar a necessidade de separar as abordagens para aperfeiçoar o aspecto cognitivo de cada estudante (Rezende; Pommer, 2022).

Em relação à natureza matemática, há diversas referências históricas que abrangem o desenvolvimento do conhecimento algébrico desde o advento da aritmética até essa separação atual que visa melhorar o ensino da matemática (Rezende; Pommer, 2022). Os autores reforçam que o ensino da álgebra nos anos iniciais tem o objetivo de desenvolver a cognição e aperfeiçoar o aspecto de hierarquização da escolaridade.

Parece abstrato, mas esse dinamismo refere-se a uma espécie de previsão da aritmética sendo transformada em álgebra. Entretanto, os autores afirmam que a intenção desse conjunto de ferramentas de ensino não foi, e jamais será, invalidar a aritmética. Pelo contrário, há cada vez mais razões para manter ambas frente ao processo de ensino matemático (Rezende; Pommer, 2022).

As crianças são submetidas à realização de operações concretas envolvendo as situações aritméticas que geralmente são consideradas menos complexas, o que supostamente deve ser reforçado para propiciar o pensamento algébrico como algo concreto e fixo a partir dos padrões existentes, os quais passam por constantes avanços com a finalidade de beneficiar os estudantes para que avancem o nível de conhecimento (Oliveira *et al*., 2022). É importante sinalizar que as ações matemáticas carecem de certa profundidade para surtirem os efeitos desejados no que se refere à compreensão dos aspectos, que integram ambas as temáticas, e passam a ser complementares entre si em prol da facilitação do ensino a partir de novas dimensões

2.5. Práticas Docentes concernentes ao ensino de Álgebra no currículo de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental

Introduzir a álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental tem sido objeto de muitos estudos nos últimos anos, sobretudo levando em conta os desdobramentos que esse assunto têm gerado para o processo de investigação acerca de facilidades e dificuldades no processo de ensino e aprendizagem desta disciplina (Ribeiro; Cury, 2021), visto que se considera o pensamento algébrico muito viável para o desenvolvimento do raciocínio lógico infantil, entretanto as potencialidades ainda carecem de assistência por parte dos documentos que regulamentam essa dinâmica.

O desenvolvimento do pensamento algébrico no Brasil está completamente explícito na BNCC, e isso sugere o nível de preparação dos professores para disseminar esse tipo de conteúdo aos estudantes, considerando os contextos de cada sala de aula, aproveitamentos e demais detalhes pertinentes ao ensino (Moraes; Pereira, 2021). É recorrente que a álgebra ocupe um lugar imprescindível para o desenvolvimento infantil, mas, para que isso ocorra, os docentes devem investir incessantemente na profissionalização como ferramenta de viabilizar o ensino.

Além de possuírem conhecimento profissionalizante, os professores também precisam conhecer, interpretar, compreender e aplicar os dispositivos existentes na BNCC em prol de que as aulas estejam pautadas nos reais parâmetros definidos pelo Governo Federal, e isso é algo completamente passível de gerar situações conflituosas acerca da elaboração e ministração de aulas (Moraes; Pereira, 2021).

Quando o professor desconhece ou não compreende a proposta da BNCC para o ensino algébrico direcionado aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, é comum que a relação de trabalho e a sequência de conhecimento não interajam entre si, estimulando problemas equivalentes ao pensamento relacional (Ribeiro; Cury, 2021). Isso ocorre devido à inconsistência do pensamento de muitos professores, os quais podem apresentar divergências acerca do entendimento sobre a BNCC e como a álgebra deve ser “regida” e ensinada.

A BNCC é clara quando afirma a necessidade de o professor conciliar o contexto da sala de aula ao aprendizado mais significativo pertinente ao desenvolvimento das capacidades matemáticas junto àquilo que é, de fato, lecionar a disciplina (Moraes; Pereira, 2021). Para que haja as corretas contribuições desse documento para as aulas ministradas, é necessário que a resolução de problema seja o centro das ministrações, bem como os estudantes sejam direcionados para fragmentar a disciplina em partes que detêm aplicações mais simplistas, onde o protagonismo fique totalmente voltado ao professor.

Nota-se que a forma que a BNCC traz a relevância da álgebra é completamente convergente à importância do professor como um intermediador desse processo, sobretudo no que tange às contextualizações sociais, cidadãs e de autonomia quanto ao processo de ensinar e aprender (Ribeiro; Cury, 2021). A partir disso, ainda se apontam evidências pertinentes ao conteúdo algébrico como ferramenta que estimula a capacidade do estudante para solucionar problemas, os quais não devem ser invalidados pela eventual falta de “dinâmica” do professor que leciona a disciplina.

Não obstante, vale enfatizar que as práticas pedagógicas não são estáticas, suas concepções e dinamismos são complexos e por vezes apresentam desafios para o docente. As mutações são recorrentes nesse processo, principalmente devido a não linearidade nos perfis profissionais (Ribeiro; Cury, 2021). Os autores mencionam que esses aspectos são muito debatidos com a intenção de investigar as possíveis razões para que Educação Matemática seja encarada como “difícil”.

Os aspectos teóricos e metodológicos que o docente valida em sua realidade formativa e profissional interfere diretamente na qualidade da ministração da aula, sobretudo levando em conta a necessidade de pautar as condutas de ensino aos documentos que regem essa atividade sob a ótica governamental (Ribeiro; Aguiar; Trevisan, 2020). Em paralelo, o ensino algébrico é igualmente estudado a fim de aprofundar o conhecimento na linguagem matemática tendo em vista que essa disciplina não se refere somente a uma técnica, mas tende a ser reconhecida como uma maneira de pensar e desenvolver o raciocínio para vivenciar diversas situações (Ribeiro; Cury, 2021).

No momento histórico de desenvolvimento da álgebra, existiram evidências e concepções acerca dos aspectos que deveriam ser fomentados pelos futuros docentes, tais como o processo-lógico, linguística-estilística, linguística-sintático-semântica e linguístico-postulacional. De modo geral, o primeiro aspecto compreende a álgebra como um conjunto de processos ou algoritmos que se adequam para facilitar a solução de problemas, já no segundo, a álgebra assume linguagem específica no que tange à expressão (Ribeiro; Aguiar; Trevisan, 2020).

O terceiro aspecto refere-se à álgebra como procedimento de concisão e especificidade e no quarto como uma linguagem de símbolos que possui abstração e generalizações (Ribeiro; Aguiar; Trevisan, 2020). Diante disso, as finalidades algébricas emoldam-se ao uso de várias perspectivas, considerando muitos aspectos que integram a sua essência.

O desafio maior direciona-se ao desenvolvimento do docente no que tange à validação desses conhecimentos sobre os aspectos algébricos, visto que são concepções primordiais para compreender como se darão as regências das aulas, somando-se aos documentos atuais que argumentam sobre os deveres e representatividades da função da álgebra para o desenvolvimento do raciocínio infantil (Ribeiro; Cury, 2021).

O professor de álgebra deve favorecer o pensamento algébrico nos educandos, alertar sobre o papel chave que esta disciplina apresenta no cotidiano, destacando-a como uma ferramenta para a resolução de problemas variados de modo que não é possível enfatizar apenas um contexto (Moraes; Pereira, 2021). Fala-se sobre o pensamento algébrico, mas há autores que alegam uma falta de consenso sobre o que é pensar algebricamente, o que pode dificultar a abordagem do professor, invalidando as propostas sobre a concepção supracitada (Ribeiro; Cury, 2021).

2.6. O conhecimento matemático de professores que lecionam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Frente aos documentos curriculares vigentes no âmbito escolar brasileiro, há certa ênfase na álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, principalmente levando em conta essa disciplina como um eixo que visa regularizar e generalizar padrões reconhecidos como equivalência (Martins *et al.,* 2021).

No mais, a BNCC ainda aponta a álgebra como um dos principais assuntos que devem ser explorados nos anos iniciais em prol do favorecimento e desenvolvimento do raciocínio lógico e pensamento lógico-dedutivo das crianças. Desse modo, citar a formação dos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental é extremamente relevante (Martins *et al.,* 2021).

As estruturais atuais buscam regularizar e explorar os Anos Iniciais do Ensino fundamental a partir do trabalho com formação inicial e continuada de cada professor, e por isso as diretrizes pedagógicas salientam que o professor deve iniciar no curso de Pedagogia a fim de adquirir conhecimentos mais sólidos capazes de oportunizar o estudo sequencial que se refere à licenciatura (Martins *et al.,* 2021).

Os documentos curriculares ainda expõem que o pedagogo possui várias opções para seguir a carreira, cujas áreas visam formar um docente especializado em educação infantil, jovem ou adulta. Com isso, é de conhecimento geral que a educação também requer gestores e supervisores escolares para manter o regimento das atividades educacionais (Rezende; Pommer, 2022).

Todas essas formações carregam consigo grande significância, sobretudo a partir das enormes bagagens de conhecimento e experiência que são constituídas durante o estudo pedagógico. Assim, em termos de conteúdo matemático, os saberes são amplamente difundidos a partir da especialização que provém da Pedagogia e Licenciatura (Ferreira; Leal; Moreira, 2020).

Em relação ao conteúdo dos cursos de Pedagogia, há diversos destaques aos documentos curriculares, pois apontam as diretrizes principais que servem como um norte para cada disciplina, incluindo a Matemática como uma formação presente desde as séries iniciais do ensino fundamental (Ferreira; Leal; Moreira, 2020). Portanto o saber matemático está inserido na escola e na educação básica, de modo que precisa ser estimulado e potencializado a fim de gerar os devidos resultados aos envolvidos (Martins *et al.,* 2021).

Esse tipo de situação pode ser ponderado a partir da matemática que é lecionada nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, considerando o conhecimento específico dos professores e visando o ensino mais assertivo do conteúdo que precisa ser transmitido com qualidade e didática, conforme apontam os documentos curriculares (Ferreira; Leal; Moreira, 2020).

A formação docente interliga diversos assuntos matemáticos para agrupar os saberes, cuja subdivisão é vista a partir das conjunturas didáticas e pedagógicas, educativas e formativas, bem como as subjacências existentes no ato de ensinar e aprender. O conteúdo matemático ainda deve verificar o contexto do estudante para identificar se há fatos que influenciam o futuro do professor frente ao processo de ensino (Martins *et al.,* 2021).

De acordo com Ferreira *et al apud* Ribeiro (2018), a respeito dos vários fatores que influenciam a aprendizagem dos estudantes, esta pesquisa objetiva investigar um dos fatores mais significativos que a determinam: a compreensão de que os professores detenham em relação aos conteúdos matemáticos. Como evidenciado, "a principal fonte de conhecimento para os estudantes são os professores (pelo menos em termos estudantis – isso, é óbvio, em termos teóricos), daí decorre a necessidade de que detenham um sólido conhecimento profissional, em todos os seus componentes".

É por meio da comprovação do importante papel docente nos procedimentos do ensino e da aprendizagem da matéria de Matemática em que reside todo o nosso interesse em investigar uma parcela que a constitui: "o conhecimento matemático que possui o professor para exercer sua profissão, especialmente o que se relaciona ao pensamento algébrico" (Pinto; Bittar; Franco Neto, 2023).

Ao considerar o papel prevalecente do professor na atuação docente, e considerando que mais uma vez o nosso foco de análise recaiu sobre o ensino nos primeiros anos, nos é consideravelmente relevante sinalizar quais são algumas características da formação desse profissional. Ao avaliar as orientações oficiais para a formação docente e a forma como elas são incorporadas aos cursos de Pedagogia, principalmente na área de Matemática, conclui-se que existe uma predominância de abordagens metodológicas nesses cursos, (conhecimento pedagógico), com a presença marcante de referências aos fundamentos da Matemática (conhecimento do conteúdo) (Ferreira *et al. apud* Curi, 2018).

É possível mencionar que os futuros professores multifuncionais têm tido insuficientes oportunidades para uma formação matemática que os possibilitem fazer frente às atuais exigências sociais e, quando isso acontece na formação inicial, vem pautada nos aspectos metodológicos (Ferreira *et al. apud* Curi, 2018).

Conforme Lima *apud* Libâneo *et al.* (2012), a docência abrange uma diversidade de funções as quais, através das contribuições, podem ser resumidas em:

- relação com o ensinar, que implica acompanhar e interagir com o estudante, bem como a preparação ao planejar o ensino (conteúdo, objetivo, metodologia e avaliação) a coordenação da sala de aula. O que implica ao professor ter o domínio do conteúdo, saber ensiná-lo, condicionar o ensino à realidade diária do estudante bem como ao seu contexto social;

- o desenvolvimento pessoal e profissional, que se constitui de reflexões, questionamentos, bem como de discussões sobre o seu privativo desenvolvimento e das ações educativas conscientes. Tudo isso consolidado por meio de leituras, participação em cursos, grupos de estudos, congressos, associações profissionais, além de outros espaços, contribuidores qualitativos da sua formação contínua, propiciando ao professor o exercício para uma investigação crítica bem como reflexiva sobre a prática do seu trabalho, propiciando uma atuação docente transformadora;
- gestão educacional, que é uma abordagem sobre a atuação docente na organização e gestão da escola, por meio da participação crítica e consciente: na edificação coletiva do projeto pedagógico e na concepção dos planos de ensino, conselhos de classe, nas atividades das Associações de Pais e Mestres (APM), na organização e coordenação das reuniões com pais. A definição de ser professor é enfatizada pelos sujeitos pesquisados mediante o domínio das áreas de conhecimento abrangidas no currículo nacional nos anos iniciais, além da ênfase que se dá para o desenvolvimento do trabalho interdisciplinar. Entretanto, por mais que muitos professores sejam polivalentes, muitos afirmam que concentram seu trabalho principalmente nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática, que são as que possuem maior carga horária na matriz curricular. Os professores destacam a interdisciplinaridade, porém em seus exemplos pode-se perceber a dificuldade que apresentam na compreensão do significado e no exercício dessa proposta.

Nesse contexto, mediante a ótica de Silva, Ribeiro e Aguiar *apud* Ponte e Quaresma (2016), ao abordar o ensino exploratório na área tanto da prática letiva quanto da formação de professores, vem se mostrando como uma possibilidade para se desenvolver o trabalho com o Pensamento Algébrico nos primeiros anos, proporcionando momentos de discussões coletivas assim como a sistematização de conceitos.

Silva, Ribeiro e Aguiar *apud* Ponte (2005) destacam que a característica principal é que o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os estudantes realizarem. A ênfase desloca-se da atividade “ensino” para a atividade mais complexa “ensino-aprendizagem”.

Silva, Ribeiro e Aguiar *apud* Ponte e Branco (2013, p. 139) destacam que outro exemplo da ação de abordagem do ensino exploratório na formação dos professores refere-se diretamente à experiência de formação que segue uma abordagem exploratória, levando os formados no trabalho a desenvolver e dando relevo aos momentos de discussão e sistematização de conceitos, de modo a proporcionar o desenvolvimento do seu conhecimento sobre álgebra e o seu ensino.

Ademais, o trabalho na experiência de formação contempla diversos tópicos, como o estudo de relações, regularidades e sequências, funções e modelação matemática, que surgem em sete tarefas, as quais têm o intuito de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico dos formandos e sua reflexão sobre situações concretas de trabalho a realizar com os seus futuros estudantes.

As situações de ensino-aprendizagem que a experiência de formação proporciona possibilitam: (I) analisar estratégias usadas por estudantes; (II) observar, explorar e relacionar diferentes representações; (III) compreender que conhecimentos os estudantes revelam; (IV) identificar eventuais dificuldades dos estudantes: e (V) refletir sobre hipóteses de trabalho com os estudantes.

2.7. A correlação entre direito humano e educação matemática

A partir de um viés humano e que eleva os preceitos de direitos e deveres individuais e coletivos, o conhecimento matemático atrela-se diretamente à possibilidade de promoção da cidadania, de modo que a matemática exibe certa aplicação como um instrumento muito relevante que permite a toma de decisão, especialmente envolvendo critérios éticos e de capacitação das pessoas para lidarem com situações novas.

Diante disso, existem desafios sociais pertinentes a tomada de decisões sobre imprevistos e inesperados, assim a matemática é capaz de fornecer diversos instrumentos que servem como avaliação de consequências das decisões escolhidas. Além disso, a matemática auxilia o entendimento de diversos fenômenos que carecem de um olhar mais apurado, mas que envolva a ética e valide os direitos humanos.

A partir disso, surgem distintos temas relacionados aos direitos humanos em face da aplicação matemática, a qual oportuniza a solução de problemas em prol da construção de conhecimentos específicos que surgem por meio de ações e projetos (Civiero; Velho, 2023). Com siso, a interdisciplinaridade presente na escola corrobora para a contextualização de diversas perspectivas críticas que envolvem o campo de ensino da matemática.

Esse assunto aborda um viés abstrato, mas, assim como a matemática, é algo que visa fomentar e difundir as práticas inerentes à resolução de problemas. O professor de Matemática assume postura de um ser reflexivo nas aulas, sobretudo para favorecer a identificação das questões existentes no âmbito social, e essa realidade envolve a escola, a própria sala de aula, os lares, além de abordar maneiras de intervir nessa realidade (Batista; Moreira, 2018).

A possibilidade de o professor de Matemática contribuir para a educação em direitos humanos refere-se, especificamente, às práticas e relações sociais que se pautam na matriz escolar que fazem menção aos direitos que devem ser validados nesse cenário e com esses agentes. Por isso, tanto se fala nas metodologias de ensino voltadas à inserção do estudante no contexto social, independentemente das dificuldades que o separam de outras realidades vivenciadas pela coletividade.

De todo modo, vale ressaltar que as concepções históricas acerca do papel dos Direitos Humanos na sociedade assumem uma postura crítica, sobretudo quando se inclina para a educação escolar e para o papel que a escola exerce sobre o processo de ensino-aprendizagem dos estudantes. Além disso, a escola passa ser uma das responsáveis por inserir o educando no meio social, seja para a atuação de trabalho, desenvolvimento de novas ideias, entre outras formas de contribuição junto ao meio de sobrevivência coletiva (Mendes; Conceição, 2023).

Em um primeiro momento, busca-se compreender a forma que a matemática ajuda no processo de democratização, bem como o professor se compromete tendo em vista a educação pautada em direitos humanos. Os diversos questionamentos que surgem acerca do papel do professor e da escola frente à humanização das situações em busca de validar os direitos de cada um, recebem diversas argumentações de cunho social.

O argumento social pode ser entendido, simplesmente, pelo fato de que a matemática possui amplas aplicações que possibilitam os educandos e educadores transitarem entre muitos assuntos importantes e que regem as mais variadas discussões acerca da construção de um saber específico, além do aspecto de aperfeiçoamento das capacidades democráticas (Vieira; Moreira, 2020). Levando em conta o ambiente pedagógico e as suas atividades, é necessário direcionar certa atenção ao processo educacional.

Ambos os argumentos se sustentam a partir dos mecanismos que auxiliam no desenvolvimento de uma sociedade menos injusta no que tange à democratização e o acesso à educação. Então, de certo modo essas arguições fundamentam-se em princípios básicos pertinentes à construção dos modelos matemáticos, visto que isso tende a auxiliar o processo de entendimento e debate sobre questões econômicas e políticas, as quais estão diretamente conectadas aos vieses matemáticos, de ganhos e perdas (Vieira; Moreira, 2020).

O desenvolvimento das atitudes consideradas democráticas através da educação matemática dialoga com os papéis que os pais e a escola exercem sobre o estudante, e o quão relevante é esse processo na estruturação de atividades pautadas na inserção desse indivíduo no âmbito social. A partir disso, inicia-se a visão crítica acerca do papel da matemática em função dos direitos humanos, conforme supracitado.

Do ponto de vista de estruturação da matemática, essa disciplina exerce uma função fundamental na estruturação de ideologias que visam intervir em algum tipo de realidade, sobretudo no que tange as discussões voltadas às questões que precisam de métodos para serem resolvidas (Mendes; Conceição, 2023). Comumente, essas metodologias são abordadas por meio da matemática, e o papel da conduta pedagógica se mantém direcionado ao ensino da matéria a partir de teoremas, conceitos, variações e demais vertentes.

Complementar a essa ideia, entende-se que a matemática ainda assume o próprio conhecer matemático, mas também o conhecer reflexivo que é aquele que aborda as competências de reflexão acerca do uso da matemática para avaliar e refletir sobre diversas consequências que podem afetar a sociedade (Mendes; Conceição, 2023). Nesse sentido, há um processo formativo que valida a aula de matemática como um componente voltado ao direito humano para explorar competências relevantes que induzem à reflexão dos fenômenos sociais.

Tendo em vista as mudanças do cotidiano escolar devido às transformações sociais, o professor passa a usar ainda mais o seu senso crítico, favorecer as próprias práticas como educador, e isso está intimamente alinhado a necessidade de abordar um novo significado para o papel do professor, possibilitando que esse agente se mobilize a favor dos processos pessoais que envolvem os estudantes, tanto em âmbito cultural quanto social.

Logo, o professor passa a procurar a valorização da diversidade de modo que a pluralidade seja um “modelo” de compreensão do novo, cujas reflexões e discussões fazem sentido perante o anseio de combater quaisquer formas de violência no ambiente escolar e também fora do ambiente educacional (Batista; Moreira, 2018).

Em uma visão mais abrangente, entende-se que o fato mencionado acima faz total sentido aos Direitos Humanos, principalmente no que se refere a não violação desses direitos, mas o professor precisa assegurar que a validação desses direitos em prol de proteger os estudantes dentro e fora da escola. Neste sentido, o professor assume a atribuição de evitar quaisquer tipos de opressão e exclusão escolar (Batista; Moreira, 2018).

É o professor quem deve assegurar a inserção completa do estudante no ambiente, bem como a sua socialização, pois isso também valida o acesso e a democratização do ensino e da aprendizagem. Na escola, não existe estudante menos capaz ou menos inteligente e esforçado, existem apenas estudantes diferentes que carregam conjuntos de particularidades que devem ser respeitadas.

CAPÍTULO 3 - PERCURSO METODOLÓGICO

O presente trabalho encontra-se no âmbito da minha trajetória docente e materialidade ao ingressar no curso de Mestrado Profissional. Com o decorrer das aulas, ventos de mudança sopraram, culminando no vasto alargamento de repertório e ressignificação das práticas. A simbiose teórica e empírica ganha raiz nos meus estudos e essência no exercer do ofício, compreendido agora como esvaziado de neutralidade.

A luz das leituras reflexivas e práticas imbricadas desdobra-se em inumeráveis questionamentos, os quais apontam, principalmente, para a aprendizagem significativa a serviço de quem visa analisar e compreender todas as características mantendo foco no contexto abordado. Conforme Pérez Gómez (1998, p. 81), “fragmentar a vida da aula não conduz senão a distorcer seu significado e impedir sua interpretação racional”. Dada a densidade do caráter analítico e necessidade sintética, alinhou-se investigar os contornos de práticas de ensino de álgebra no âmbito dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Buscou-se, no desenvolvimento da sequência didática, a utilização do recurso da interdisciplinaridade como interligada de forma indivisível com a fruição da vida escolar. Muito mais que um conjunto de regras, é uma atitude, como se lê em Fazenda (2011). As múltiplas relações, o envolvimento dos atores, dentro de um processo acadêmico, vertendo pelo rigor metodológico, traz às denotações a compor o estudo.

Segundo Fazenda (2014), a interdisciplinaridade pode ser compreendida como uma forma de sagacidade que se une à busca pelo conhecimento, visando à obtenção de parâmetros que excedem às definições pautadas em formação, grade e currículo.

Desse modo, com a ampliação do conhecimento contextual e conceitual, tem-se o advento da interdisciplinaridade, cuja possibilidade é de explicação mais fidedigna sobre as formações, sobretudo dos professores que podem se diferenciar a partir da adoção dessa definição como forma de reger as aulas e a própria vida pautada em um constante ganho de conhecimento para tornar-se “cada vez mais interdisciplinar” (Fazenda, 2014).

3.1. Reflexões sobre a construção do produto e metodologia da pesquisa

Dado o movimento cognitivo e formativo descrito, passou-se a estruturar no refinamento acadêmico a pesquisa, dialogou-se acerca do enquadramento do modelo de pesquisa, identificando elementos singulares do presente estudo em consonância recursiva aos moldes acadêmicos.

Dentro do aparato da pesquisa-ação, observam-se ações interventivas. “A pesquisa-ação vem emergindo como uma metodologia para intervenção, desenvolvimento e mudança no âmbito de grupos, organizações e comunidades. É uma modalidade de pesquisa que não se ajusta ao modelo clássico de pesquisa científica” (Gil, 2010, p. 24). Tramita-se com mutualidade implicativa, entre pesquisados, pesquisadores, comunidade escolar e insurgência não prevista.

Tais características acadêmicas, de vinculação entre os imersos no processo, descrevem o executar desta produção. Para vincular práticas docentes, construiu-se de forma local o executado, simultaneamente descrito e, posteriormente analisado, referenciou-se na metodologia.

Dentro da metodologia abordada, ocorre a sondagem das problemáticas com vistas ao alcance real, colocando-se como característica central. “A pesquisa-ação tem características situacionais, já que procura diagnosticar um problema específico numa situação específica, com vista a alcançar algum resultado prático.” (Gil, 2010, p. 24). Assim, levanta-se a problemática, colocando-se de forma prática frente a mesma.

No fluxo de execução desta pesquisa, ocorre a descrição de cada etapa supracitada. Uma vez estabelecido o público-alvo e a problemática central, construiu-se o espaço de imersão das ações pedagógicas. Tais práticas forneceram elementos para análise do alargamento de repertório dos discentes, subsidiando a construção da sequência didática, contribuição advinda da prática.

Estando a pesquisa-ação alocada no âmbito social, embasada na polissemia das práticas e fundamentos teóricos, para resolução de uma problemática compatibiliza-se este trabalho. Ao supor uma temática de investigação significativa, transpassada por membros ativos e protagonistas, na construção de múltiplos entendimentos, ratifica-se:

> A pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com uma resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo (Thiollent, 1986, p. 14).

Toda pesquisa-ação contém pesquisados, partícipes ativos. Nesta produção aos discentes direciona-se o protagonismo do processo. Das ações dos pesquisados, partindo da problemática estabelecida, insurge-se o resultado prático interconectado à problemática, à prática e ao resultado apresentado.

Assim, os percursos dos princípios da pesquisa-ação são unificados com a prática executada na pesquisa. Os resultados significativos dialogam com a demanda dos imersos. Nesta pesquisa, na imersão no ambiente escolar, os professores regentes e os estudantes compreendem-se como atuantes na construção participativa.

Uma vez definido o enquadramento como pesquisa-ação, nota-se como atrelado às perspectivas de orientação social, na análise do ensino. Para tal, adota-se o modelo ecológico de análise da sala de aula, tratado por Pérez Goméz (1998). Parte-se de intencionalidades educativas, imersas em plurais implicativos durante todo o processo.

> Quando o professor/a se propõe desenvolver uma certa intencionalidade educativa, deve compreender a complexa rede de influências que tanto a estrutura de tarefas acadêmicas quanto a estrutura de participação social vão mediar, estimular ou impedir a realização daquela intencionalidade pedagógica. (Pérez Gómez, 1998, p. 81)

Em continuidade, logo após os primeiros encadeamentos, tais quais objeto de estudos, objetivos, problemáticas, justificativa, permanente estudo e reflexão dos referenciais teóricos, estruturou-se a investigação de campo. Neste intento adotou-se a pesquisa bibliográfica de modalidade qualitativa, com os delineamentos da pesquisa-ação. Definiu-se o foco em uma sala de 3º Ano do Ensino Fundamental, escolhida por considerar uma fase importante da consolidação da alfabetização da língua materna e do letramento matemático. Estabeleceu-se parceria com a Unidade de Ensino, conhecendo o entorno, a gestão da escola, e conhecendo melhor a sala em que a pesquisa foi realizada. Como referências bibliográficas, pesquisaram-se teóricos correlatos de forma implícita e explícita, publicações em meios eletrônicos, artigos científicos, assim como as teses e dissertações disponibilizadas pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Tais estudos corroboram e subsidiam esta produção.

Em vista de alocar a produção no cenário acadêmico, elaboraram-se os Anexos e Apêndices viabilizando o envio para a Plataforma Brasil. Uma vez deferido, passou-se à imersão. Os instrumentos, os quais descrevem o processo, encontram-se nos Apêndices. Elegem-se para prática de campo as metodologias ativas com análise qualitativa dos dados obtidos.

Sob a ótica da abordagem do problema, tratou-se de uma pesquisa qualitativa aplicada que considera os relacionamentos entre a realidade contextualizada e os documentos governamentais pertinentes ao ensino da álgebra, apresentando conceitos, termos e históricos para validar uma sequência lógica pertinente ao objetivo que se pretende alcançar. Desse modo, o dinamismo presente na pesquisa favoreceu a opção de trabalhar com os métodos qualitativos com o intento de interpretar os fenômenos em estudo (Mazucato *et al*., 2018).

A pesquisa com métodos qualitativos tornou-se uma ferramenta muito relevante para a reflexão de diversos fenômenos estudados, visto que anseia ofertar ao leitor e ao pesquisador subsídios essenciais de natureza teórica e prática. Nesse sentido, existem muitas discussões acerca das abordagens qualitativas serem altamente aplicáveis para a resolução de problemas investigados e demais situações de cunho empírico, cuja base contextual seja realizada teoricamente para ancorar estudos práticos (Faria, 2021).

Quanto aos objetivos, tratou-se de uma abordagem exploratória, sobretudo para gerar a familiarização do leitor com o problema investigado, permitindo a sua exposição mais explícita a partir do levantamento de bibliografias pertinentes ao tema que se envolve com os objetivos propostos para responder às indagações levantadas durante a pesquisa (Faria, 2021).

Ademais, os objetivos também possuíram caráter descritivo, visto que essa descrição favoreceu a exposição das especificidades da população e do fenômeno estudado por meio do estabelecimento de inter-relações das variáveis, sobretudo para guiar os demais procedimentos da pesquisa (Mazucato *et al*., 2018).

Em relação às técnicas, tratou-se de um procedimento bibliográfico de revisão da literatura, visto que a pesquisa foi elaborada por meio de materiais publicados, tais como artigos científicos, monografias, teses, dissertações e livros relacionados à temática (Mazucato *et al*., 2018).

Complementando a pesquisa bibliográfica realizada, trabalhou-se com uma pesquisa-ação, cuja natureza é social e funciona a partir de bases empíricas que servem para o estreitamento das ações que anseiam por soluções de problemas coletivos, sobretudo considerando determinado público-alvo. Esse tipo de pesquisa é aplicada e orienta os diagnósticos de situações problemas em prol de achar as respectivas soluções (Thiollent, 1997).

A pesquisa-ação possui fases. Primeiramente ocorre a exploração das necessidades, tendo em vista o problema apresentado e as possíveis propostas para se obter a participação dos interessados com o objeto da pesquisa. Na sequência, a fase de planejamento visa diagnosticar a realidade dos fatos a fim de iniciar a prática que guiará as ações. Para isso, formula-se o problema, centralizam-se as informações pertinentes ao assunto, interpretam-se os resultados, buscam-se soluções como proposta de ação para a resolução do problema, acompanha-se a implementação da ação e divulgam-se os resultados (Thiollent, 1997).

Na fase de ação, são colocadas em prática as medidas com base nas pesquisas efetivadas, sobretudo visando ao alcance dos objetivos a partir dos resultados encontrados. Na sequência, as informações são apresentadas e divulgadas com o intuito de permitir a fase de avaliação da pesquisa-ação, considerando a verificação dos resultados das ações contextuais sobre o assunto abordado (Thiollent, 1997).

3.2. Cenário de imersão

O empenho investigativo decorre em uma instituição de ensino, localizada em Cubatão, litoral do estado de São Paulo. A cidade está localizada a 49 km de distância da capital. Como consta no *site* da prefeitura do município[1]. A cidade ocupa 142,879 km² de área e sua população, conforme estimativas do IBGE de 2023, era de 133 821 habitantes. Faz divisa com os municípios de Santo André, ao norte, Santos, ao leste, a Baía de Santos, ao sul, São Vicente, a sudoeste e São Bernardo do Campo, a noroeste e é o único município da Baixada Santista que não é litorâneo. Com um grande parque industrial, Cubatão enfrentou no passado a ameaça constante da poluição. Na década de 1980, foi considerada pela ONU como a cidade mais poluída do mundo. Contudo, com a união de indústrias, comunidade e governo, a cidade conseguiu controlar 98% do nível de poluentes no ar. Por isso, em 1992 recebeu da ONU o título de "Cidade-símbolo da Recuperação Ambiental".

A escola encontra-se localizada no bairro da Vila Nova, no final da parte central do município, próximo à Vila Natal e acesso à Vila Esperança. O endereço, em termos geográficos, facilita a mobilidade urbana por estar próxima à Rodovia Anchieta e a cerca de um quilômetro da Rodovia Imigrantes.

Em termos de alocação na Educação Básica, a instituição faz parte da rede municipal de ensino de Cubatão, na Diretoria de Santos, em atividade há pouco mais de vinte anos. Sua estrutura possui, apenas o nível térreo, 5 salas de aula, uma sala de leitura, duas quadras, laboratório de informática, secretaria, 2 salas para a equipe de profissionais de suporte pedagógico. A escola fica anexa a outra Unidade que atende Anos Finais de Ensino Fundamental.

A sala de aula da turma em estudo apresenta boa adequação do ambiente referente à iluminação, espaço físico e propagação de som, possuindo uma tela interativa, como as demais na escola. Possui um espaço de aproximadamente 42 m², tendo quase o dobro da área, disponível por estudante, exigida pela legislação municipal (1m² por estudante nesse nível de ensino).

A pesquisa foi realizada no Município Cubatão, uma das nove cidades da Região Metropolitana da Baixada Santista. O município possui 59 escolas municipais que atendem estudantes da Educação Infantil, Ensino Fundamental Anos Iniciais e Anos Finais e Ensino Técnico. Possui um total de quase 15 mil estudantes, conforme identifica mais precisamente o quadro a seguir:

---

[1] Site da Prefeitura de Cubatão: https://www.cubatao.sp.gov.br/?qAcesso em: 7 abril. 2023.

Quadro 2 – Total de Estudantes da rede municipal de ensino de Cubatão

Relatório Total de Alunos - Por Escola - 21/11/2023

Código Escola	Escola	Creche		Pré		Anos Iniciais		Anos Finais		EJA		Inclusão		Total Matr
		Parcial	Integral	Parcial	Integral	Parcial	Integral	Parcial	Integral	Anos Iniciais	Anos Finais	Reg	AEE	
		1338	564	1869	639	4655	1160	3372	0	92	338	756	534	14653
		1902		2508		5815		3372		430		1290		
		4410				9187								
	TOTAL MUNICIPAL	14134												
	CONVENIADAS	787												
	Em transito													
	Complementação Educacional	374												
	Tecnico	391												
	TOTAL	15686												

Fonte: Secretaria Municipal de Educação – Data-base: 21. nov. 2023.

Assim, na escola em que a pesquisa foi realizada, são atendidos 230 estudantes de 1º a 4º Ano do Ensino Fundamental. Esta pesquisa terá caráter qualitativo, na perspectiva da pesquisa-ação, com foco na interpretação de uma discussão sobre uma sequência didática do pensamento algébrico no 3º ano do Ensino Fundamental.

Apresenta-se com caráter instrumental, pois, como aponta André (2013), refere-se a uma pesquisa voltada às questões amplas, como: o domínio da expressão e formalização da generalização da aritmética generalizada; generalização de padrões numéricos descrevendo as relações funcionais, ou seja, pensamento funcional; a modelação sendo um domínio de expressão e formalização das generalizações; generalização dos sistemas matemáticos abstratos do cálculo e das relações. Para a coleta de dados, inicialmente utilizei 10 questões abertas que abordaram o pensamento e o raciocínio. Para a elaboração da sequência didática, foram utilizados os documentos curriculares, tais como a BNCC e o Currículo Paulista, visto que é o atual currículo prescrito desse sistema de ensino.

A coleta dos dados sobre o problema de pesquisa ocorreu a partir de quatro encontros em dias e horários previamente agendados, sendo três dias com as aplicações das sequências didáticas aos discentes e um dia com a professora regente da sala do 3º ano para as considerações da pesquisa. O público-alvo foram 23 estudantes do 3º ano do ensino Fundamental, geralmente na faixa etária de 08 e 09 anos de uma escola de Cubatão, SP.

O Guia Pedagógico do Pensamento Algébrico foi um produto educacional evidenciado como um recurso desenvolvido para auxiliar educadores, professores e gestores no planejamento e implementação de atividades educacionais. Esse guia contém informações e atividades em vários graus de dificuldade que podem ser aplicados assim que as crianças forem alfabetizadas. Nele constam objetivos de aprendizagem, metodologias de ensino, estratégias de avaliação, recursos educacionais disponíveis, sugestões de atividades e orientações sobre como adaptar o ensino para diferentes níveis do Ensino Fundamental em Anos Iniciais. Em relação ao nível de dificuldade, as atividades apresentam três graus: “B” – Básico, “I” – Intermediário e “A” – Avançado.

O guia foi composto pelas atividades vivenciadas por essa pesquisa, tendo possíveis ajustes e acréscimos ou supressão de atividades, o que proporciona ao professor que ensina Matemática para os Anos Iniciais uma referência no desenvolvimento de competências e habilidades relacionadas à unidade temática álgebra no 3º Ano do Ensino Fundamental.

No início de cada atividade há uma breve descrição de seus objetivos para orientar o professor no sentido de esclarecer as propostas trabalhadas naquele momento. Terminada a apresentação das linhas gerais da proposta, o que segue é a descrição das atividades com algumas respostas dos estudantes e as explorações realizadas a partir das atividades.

A sequência didática foi dividida em introdução, com a apresentação das atividades, discussão aberta com as dúvidas e perguntas, exemplos para perfeita assimilação e consequentemente a aplicação das atividades. Durante toda a aplicação foi realizada a observação do desempenho dos estudantes, bem como foi ofertado *feedback* aos estudantes acerca do progresso individual e as áreas de melhoria.

Destaca-se que as primeiras atividades já estavam adequadas a conhecimentos anteriores, que já haviam sido ministrados e assimilados pelos estudantes, o que criou um ambiente mais familiarizado ao estudante, o que fez com que se desenvolvesse de forma gradual na matéria ministrada, acarretando, assim, maior grau de confiança dos estudantes para com o conteúdo apresentado. Por fim, fortaleceu-se a autoestima do estudante, uma vez que validava sua capacidade de aprendizado a partir do despertar de seu interesse de modo natural.

Houve uma descrição clara e específica dos conhecimentos para favorecer as habilidades e atitudes que os estudantes deveriam adquirir ao final das atividades, além de uma explanação das abordagens pedagógicas que foram utilizadas para facilitar a aprendizagem dos estudantes. Isso pode incluir métodos de ensino ativos, aprendizagem baseada em projetos, ensino colaborativo, entre outros. Estratégias de avaliação: informações sobre como os estudantes serão avaliados para verificar o progresso em relação aos objetivos de aprendizagem.

Lista de materiais, livros didáticos, recursos *online*, equipamentos e outros recursos que serão utilizados para apoiar o ensino e a aprendizagem. Sugestões de atividades práticas, exercícios, projetos e tarefas que os estudantes podem realizar para consolidar o aprendizado e desenvolver habilidades. Orientações sobre como adaptar o ensino para atender às necessidades específicas de diferentes estudantes, incluindo aqueles com habilidades especiais. Sugestões sobre como manter os estudantes motivados e engajados durante o processo de aprendizagem, incluindo técnicas de sala de aula ativa, *gamificação* e uso de tecnologia educacional. Recursos adicionais, como *links* para *sites* educacionais, exemplos de planos de aula, dicas de gerenciamento de sala de aula e sugestões para lidar com desafios comuns no ensino.

O guia pedagógico também pode ser compreendido como uma proposta didático-pedagógica que objetiva a ampliação do conhecimento tendo em vista a variação de situações-problema, visto que os professores de matemática visam se apoiar na resolução de problemas a fim de beneficiar o conhecimento dos estudantes.

A maioria dos professores de Matemática compreendem que uma das principais alternativas pedagógicas do ensino é a solução de problemas, oportunizando o desenvolvimento do pensamento matemático (Mancini *et al.,* 2021). No que se refere ao ato de encarar os problemas e os desafios cotidianos, o estudante deve ser estimulado às investigações que buscam soluções para potencializar o senso investigativo a partir do ensino da matemática.

Vale enfatizar que o ensino matemático concreto se dá a partir da quebra de muitos pensamentos limitantes ou tradicionais que, comumente, são ofertados aos estudantes para suprir as necessidades que fomentam o pensamento investigativo (Nacarato, 2021). Nesse sentido, o contato com as situações-problema pode ser subsidiado por materiais que ampliam as habilidades cognitivas, os chamados guias pedagógicos.

As propostas pedagógicas aliam-se à resolução de problemas para compor um cenário de estímulo e motivação ao estudante, levando em conta o estabelecimento de relações que proporcionam um aprendizado matemático mais efetivo por meio do próprio guia. Logo, as investigações procuram conhecer aquilo que não se sabe a fim de dar sentido às resoluções.

De modo geral, o guia pedagógico é um trabalho que pode ser aplicado dentro e fora do ambiente escolar, sobretudo a partir de uma visão que pretende melhorar a qualidade do processo de ensino-aprendizagem dos estudantes de determinado sistema educacional, e isso não se refere somente ao ensino público ou privado, mas abrange ambos os cenários (Nacarato, 2021). Além disso, os guias também servem como ferramentas que humanizam o processo de ensino no que tange à assistência prestada pelos professores quando submetem os educandos a execução das atividades pedagógicas apresentadas no guia.

Os produtos voltados à área do ensino não se limitam ao ensino de uma disciplina dentro do ambiente escolar, mas também fazem menção ao processo de aprendizagem que excede esse local, visto que os guias pedagógicos são documentos que reúnem uma série de informações e orientações capazes de auxiliar a prática do estudante que requer adquirir conhecimento específico (Mancini *et al.,* 2021).

Esses guias podem ser considerados recursos que ancoram a prática pedagógica a partir de subtemas voltados ao atendimento das dúvidas de modo implícito. Levando em conta a matemática e o pensamento algébrico como objeto de um guia pedagógico, entende-se que o uso de materiais complementares é essencial para beneficiar a compreensão dos estudantes.

CAPÍTULO 4 – ANÁLISE DOS PROCESSO DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM POR MEIO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Tendo em vista a importância do pensamento algébrico dedutivo acerca do ensinamento e aprendizagem da matemática, vale destacar que a elaboração do guia pedagógico enfatiza justamente o desenvolvimento desse tipo de raciocínio, além de se correlacionar às demais competências e habilidades que provêm da capacidade de solucionar problemas matemáticos considerando a álgebra como ferramenta e método sistemático (Aguiar, 2007).

O desenvolvimento do pensamento algébrico ainda pode contribuir para o fortalecimento do raciocínio lógico que emerge da necessidade de abstração e generalização no que tange ao trabalho e às operações realizadas a partir de simbologia e expressões não muito claras, mas que representam padrões ou relações que devem ser analisadas, compreendidas, interpretadas e solucionadas em prol do êxito no processo de aprendizagem (Aguiar, 2007). Ainda nesse sentido, Oliviera e Melo (2020) pontuam que o ensino algébrico excede as aplicações de padrões regulares, mas também se direciona ao uso de variáveis que pretendem alcançar objetivos específicos relacionados à matemática.

As reflexões não cessam e Bortolete, Oliveira e Guaranha (2022) destacam que a álgebra é um pilar muito relevante da Matemática e por isso a aplicabilidade de métodos de resolução de problemas deve ocorrer de maneira muito bem definida por meio da própria linguagem matemática. Ademais, o pensamento algébrico é fruto das dinâmicas aritméticas que envolvem números, letras e outros símbolos matemáticos para prover subsídios aos cálculos (Lima; Borges Neto, 2023).

É conveniente desenvolver o pensamento algébrico nos estudantes, visto que a matemática ocupa espaço de "âncora" aos demais aprendizados, sobretudo levando em conta que todas as dinâmicas de ensino ocorrem a partir de raciocínio para estimular a compreensão integral do processo que se pretende ensinar e aprender (Lima; Borges Neto, 2023). Assim, a Matemática não pode se tornar obsoleta, cujo valor deve ser exprimido a partir da real significância que a disciplina detém sobre a vida e o cotidiano de todos, incluindo lógica, dedução, abstração, generalização e outros comandos pertinentes à Matemática (Oliveira; Melo, 2020).

A escolha acerca de trabalhar com o pensamento algébrico voltado à educação básica, especificamente os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, emerge da necessidade fundamentada por Blanton e Kaput (2005), quando asseguram que o processo de generalizar as informações matemáticas, em uma conjuntura completamente singular, tende a estabelecer argumentações que expressam a necessidade de cada faixa etária, visando ao desenvolvimento não somente dos preceitos matemáticos.

Para Blanton e Kaput (2005), o pensamento algébrico pode se caracterizar a partir de expressões e formalizações que generalizam a aritmética, padrões que exibem relações funcionais, modelação como maneira de formalizar as expressões e generalização de sistema matemático que apresentam abstração do cálculo, bem como das relações.

Complementar a isso, o pensamento algébrico apresenta contexto que pode ser explícito e indeterminado, assim o estudante trabalha com figuras, fórmulas e demais mecanismos que favorecem o desenvolvimento do raciocínio que parte de um pensar voltado ao simbolismo alfanumérico, conforme apontam Moretti e Radford (2013).

Como afirmam Silva e Justulin (2021), a Matemática está inter-relacionada à álgebra, visto que ambas apresentam objetivos, uso e aplicações similares no que tange à identificação de números, equações, funções e demais conceitos e operações originadas a partir da aritmética. Além disso, Ferreira, Vieira e Silva (2022) enfatizam que trabalhar com a Matemática está intrinsecamente relacionado à manipulação de resultados contextuais, e não há uma forma isolada de lidar com esses dados. Por isso, a educação básica assume um papel importante na introdução algébrica aos discentes.

Assim como o guia demonstra, o fato de trabalhar com a álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental assume várias dimensões acerca de prover justificativas matemáticas aos problemas que devem ser resolvidos seguindo os princípios algébricos, os quais também partem da necessidade de padronizar e generalizar informações. Blanton e Kaput (2005) disparam que os anos iniciais correspondem, basicamente, ao estímulo da formação do pensamento algébrico, incluindo a exploração de propriedades que se relacionam com números inteiros, igualdades, diferenças, quantidades, generalizações, estruturas variadas envolvendo incógnitas e outros.

Ainda é possível levantar a discussão de que o guia pedagógico elaborado estimula as práticas docentes concernentes ao ensino algébrico a partir da matemática lecionada nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Nessa linha, Ribeiro e Cury (2021) afirmam que os desdobramentos acerca do processo de ensino-aprendizagem da matemática são muito variados quando o assunto é a álgebra, visto que se deve considerar a BNCC e o nível de preparação dos professores, segundo a contribuição de Moraes e Pereira (2021).

Diante do exposto, uma sequência didática refere-se a um termo educacional utilizado na definição de procedimentos que contêm etapas a serem seguidas, cuja correlação é fundamental para tornar o processo de ensino-aprendizagem mais eficiente, tendo em vista a sequenciação de conteúdo pensado logicamente para articular as intenções de cada atividade ao propósito pedagógico (Ugalde; Roweder, 2020). Com isso, é recorrente imaginar que as sequências devem sugerir um planejamento bem específico sobre os assuntos com a finalidade de que haja organização e metodologias empregadas de forma sequencial, agindo como ferramenta para os docentes e discentes.

O conteúdo que compõe uma sequência didática pode ser compreendido como uma estratégia educacional capaz de promover o aprimoramento da aprendizagem a partir dos passos estabelecidos em um material pedagógico, e por isso a relação entre os conteúdos é se suma importância para validar os objetivos que esse recurso pode promover aos educandos.

Mesmo desconsiderando uma disciplina específica, a sequência didática tende a beneficiar os estudantes a partir de abordagens reais sobre diversos assuntos voltados ao processo de ensino e aprendizagem, em que deve ocorrer o alinhamento à BNCC para planejar uma sequência adequada, visando às potencialidades e os desafios que este material tende a gerar nos envolvidos (Ugalde; Roweder, 2020).

Vale enfatizar as contribuições de Moretti e Radford (2013) acerca do pensamento factual em relação à sequenciação, seja de figuras, dados numéricos ou fórmulas para beneficiar a concretização das atividades, e nesse sentido ainda se incluem os movimentos, gestuais e palavras. De acordo com Moretti, Radford *apud* Vergel (2015).

Uma sequência didática é um conjunto organizado de atividades de ensino-aprendizagem que são planejadas de forma sequencial e progressiva para alcançar objetivos específicos de aprendizagem.

As atividades propostas foram criteriosamente selecionadas, levando-se em conta uma escolha sequencial de exercícios tendo como critério de escolha o grau de dificuldade em escala crescente, ou seja, em um primeiro momento os estudantes tiveram contato com atividades mais fáceis, dando-lhes a oportunidade de comprovarem a sua plena capacidade de aprendizado ao concluí-las com êxito para gradualmente irem sendo introduzidas atividades de maior complexidade e dificuldade. Assim, foi aplicada uma sequência de 25 atividades, levando em conta os diferentes níveis de dificuldade conforme supracitado.

Após realizarem as primeiras atividades, as posteriores foram introduzidas sequencialmente de acordo com o nível de dificuldade, que foi aumentando gradualmente, consoantes os critérios avaliativos do professor, após análise minuciosa do rendimento que os estudantes apresentaram ao concluir cada bateria de atividades propostas.

O professor em todo o momento interveio cuidadosamente, planejando as atividades criteriosamente selecionadas, dando explanações, ajudando na condução do raciocínio dos estudantes para elaborar esquemas e métodos de resolução, explicando dúvidas, dando pistas e dicas essenciais e apresentando exemplos práticos compatíveis com o cotidiano do estudante, relacionados a cada atividade proposta.

Toda vez que o professor constatava erros comuns, analisava tais erros e, após identificar os motivos e dúvidas consequentes, dava tratamento adequado aos erros, explicando e enfatizando aos estudantes por que tais erros aconteciam, dando *feedbacks* positivos de como não cometê-los novamente. O professor se comprometeu, enfim, com todas as fases do ensino. Na sequência, são apresentadas as 25 atividades elaboradas e aplicadas aos alunos.

1º Dia das Atividades com estudantes do 3º Ano

Atividade 1

Atividade 1

O objetivo desta atividade foi consolidar a experiência de percepção de ordem sequencial, de identificação das repetições e da posição, que cada número ocupa após o percurso em cada um dos intervalos de repetição, já que cada número após o percurso dentro de cada intervalo, terá sempre a mesma posição em todos os intervalos subsequentes. Subsidia-se assim o estudante com o embasamento lógico necessário para prever quaisquer outros termos ou eventos da sequência, desenvolvendo o pensamento abstrato, já que o estudante não visualiza todos os números da sequência, mas ele estará apto a descobrir qualquer número, em uma posição maior do que a apresentada no exemplo: por exemplo: o exercício não apresenta o milésimo termo da sequência, mas o estudante será capaz de descobrir. Além das atividades em folhas impressas, foi utilizada a tela interativa para projetar a questão.

Atividade 1: Observe a sequência abaixo:

3 1 4 5 9 3 1 4 5 9 3 1 4 5 9 3 1 4 5 9 3 1 4 5 9 . . .

a) Qual a regra dessa sequência?

Dos 20 estudantes presentes no dia, apenas cinco não conseguiram identificar a regularidade da sequência.

Ao pedirmos que justificassem a regra, os estudantes argumentaram que havia uma repetição dos números. Outros disseram que o número era 31459 e esse número aparecia cinco vezes. Tal análise permitiu desvelar que, apesar de estarem ainda no processo de construção e compreensão do sistema de numeração decimal, os estudantes já possuíam vários conhecimentos acerca de sequências, sendo apresentadas de forma mais lúdica.

Após ouvir os estudantes, o pesquisador passou para as questões que perguntavam acerca de quais seriam o sétimo, vigésimo primeiro e trigésimo algarismos.

b) Qual o 7º algarismo desta sequência?

Visualmente os estudantes souberam identificar o 7º termo, pois a atividade apresenta 25 termos. Souberam esquematizar e identificaram a posição de cada número de acordo com a ordem que ocupa na sequência.

Resolução: Ordenando cada número da sequência de acordo com sua posição, temos:

3 1 4 5 9 **3 1 4 5 9** 3 1 4 5 9 **3 1 4 5 9** 3 1 4 5 9 ...

Posição na ↓

Sequência 1 2 3 4 5 **6 7 8 9 10** 11 12 13 14 15 16 **17 18 19 20** 21 22 23 24 25

c) Qual o 21º algarismo desta sequência?

Visualmente os estudantes, de forma análoga, também souberam identificar o 21º termo, pois a atividade apresenta 25 termos.

Em seguida, passou-se para a discussão da última pergunta dessa atividade:

d) Sem escrever, qual o algarismo que ocupa a 30ª posição?

Nessa fase, mesmo a atividade sem apresentar o 30º termo, os estudantes conseguiram identificar o termo, pois completaram mais uma vez o período da sequência, copiando os algarismos 3, 1, 4, 5, 9, demonstrando desenvolvimento acerca de pensamentos de ordem lógica, de organização por grupos ou conjuntos de intervalos, e de repetição sequencial, já que essa experiência lhe deu pré-requisitos para a dedução lógica de todos os intervalos posteriores da sequência. Assim puderam abstratamente predizer o 30º termo da sequência, apenas após ter observado e analisado a ordem dos termos anteriores ao 30º termo solicitado, pois todos os intervalos da sequência são uma generalização dos cinco primeiros números, que sempre se repetem em intervalos de cinco em cinco.

Assim o estudante soube que o 30º termo é o 9, pelo fato de o número 9 sempre ocupar a posição que é múltiplo de 5, pois pelo exemplo o número nove ocupa as posições 5, 10, 15, 20, … As respostas correspondentes desses estudantes foram:

a) O número infinito. (1 estudante)

b) 1 (2 estudantes)

c) 3 (1 estudante)

d) 9 (16 estudantes)

Dessa forma, dezesseis estudantes (80%) compreenderam a atividade, após sequenciar ordenadamente cada termo da sequência apresentada.

Atividade 2

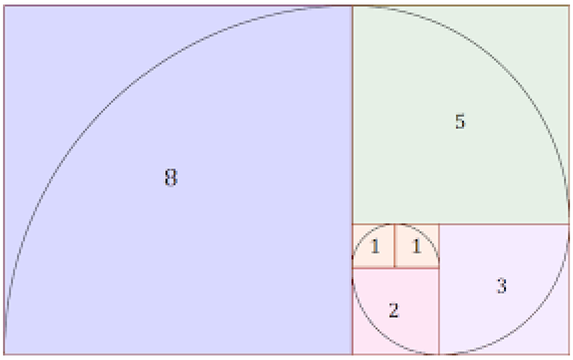
O objetivo da atividade 2 foi desenvolver o raciocínio e a análise das informações disponíveis, possibilitando que o estudante trabalhasse o pensamento lógico a fim de habilitar a identificação de padrões que o ajudasse a resolver o problema, assim o estudante, ao avaliar os dados, tinha que descobrir o padrão da sequência dada para resolver o problema.

A atividade 2 apresenta uma figura cuja sequência dos números dados está associada a essa figura geométrica, que auxilia o estudante ao disponibilizar uma fonte mais rica de informações para solucionar o problema. Dispõe assim o estudante do padrão numérico, porém a lógica de resolução é diferente da lógica de resolução do padrão geométrico, podendo assim trabalhar com habilidades de comparação e associação entre os dois modelos dados na atividade.

Atividade 2:

Observe a sequência abaixo:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...



a) Qual a regra dessa sequência?

Para se descobrir a regra da sequência o estudante teve que utilizar a aritmética para descobrir os próximos termos da sequência, porém ao avaliar os dados e investigar a sequência o estudante concluiu que a partir do 3º termo existe uma ordem crescente, que não se repete nos dois primeiros termos, assim ao pensar mais um pouco o estudante poderia perceber que o padrão a ser descoberto dependia sempre de três termos:

1   1   2   3   5   8   13   21   34 ….

Assim, se o estudante agrupasse os termos consecutivamente de três em três poderá perceber que existe uma ordem crescente a partir do terceiro termo, concluindo que o último termo seria sempre a soma dos dois anteriores.

Utilizando a aritmética, o estudante pôde confirmar o padrão da sequência ao utilizar quaisquer 3 termos consecutivos na sequência. Exemplo: 1 1 2 (onde o terceiro termo, o número 2, é igual à soma dos dois anteriores 1 + 1 = 2).

Por outro lado, o estudante ao buscar a resposta pela análise da figura concluiu que o padrão da sequência deriva da soma dos valores dos quadrados menores que fazem fronteira com um lado do quadrado maior, sendo então o valor do quadrado maior a soma dos valores dos quadrados menores que fazem fronteira com um de seus lados. Por exemplo: o quadrado de valor 5 tem três quadrados menores que fazem fronteira com um mesmo lado que são os quadrados 1, 1, e 3, assim somando-se estes três valores temos: 1 + 1 + 3 = 5.

b) Qual o 8º algarismo da sequência?

Resposta: Pela sequência dada é o número 21. (resposta esperada foi acertada por 13 estudantes).

c) Qual o 10º algarismo da sequência?

Resposta: Pelo padrão descoberto saber-se que o 10º termo é resultado da soma do 8º com o 9º que é: 21 + 34 = 55.

d)Qual objeto ou figura o desenho acima te faz lembrar?

Algumas respostas corretas, entre os estudantes pesquisados:

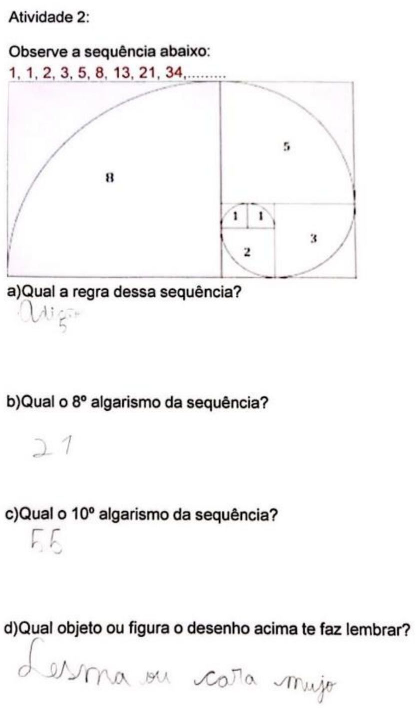
a) Ir somando/ Fazendo a soma / Fazendo adição (15 estudantes)

b) 21 (14 estudantes)

c) 55 (7 estudantes)

d) Orelha (5 estudantes) / Caracol (12 estudantes)

Figura 1 – Resolução atividade 2


Atividade 2:

Observe a sequência abaixo:
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,.........

a)Qual a regra dessa sequência?

Adição

b)Qual o 8º algarismo da sequência?

21

c)Qual o 10º algarismo da sequência?

55

d)Qual objeto ou figura o desenho acima te faz lembrar?

Lesma ou caracol mujo

Fonte: O autor (2024)

Atividade 3

A atividade 3 segue os mesmos princípios de raciocínio da atividade 1, porém o que distingue esta atividade são os dados apresentados que pertencem aos aspectos do cotidiano, o que facilita a percepção da lógica da sequência, além de despertar maior interesse do estudante para a resolução da atividade. Aqui podemos ver de forma clara os intervalos de repetição da sequência, o padrão de repetição das figuras, que é de quatro em quatro objetos.

Atividade 3:

a) Escreva a regra da sequência abaixo:

b) Qual o 8º sólido geométrico da sequência?

Seguindo o mesmo princípio trabalhado na atividade 1, o estudante identificou visualmente o 8º sólido geométrico, que é um cone (representado por um sorvete).

c) Qual o 16º sólido geométrico da sequência?

Novamente para esta resposta o estudante já teria deduzido que o 16º sólido é aquele que ocupou todas as posições que são múltiplas de 4 na sequência, neste caso o cone de sorvete, cujas posições ocupadas foram 4, 8, 12 e 16.

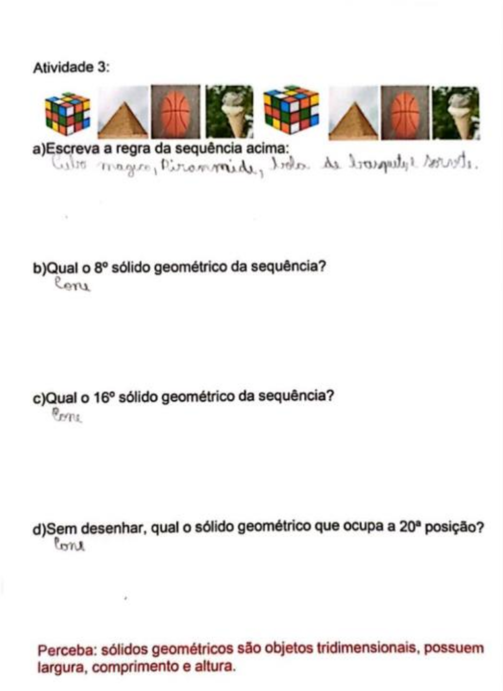
d) Sem desenhar, qual o sólido geométrico que ocupa a 20ª posição?

Dando continuidade a lógica acima, o estudante concluiu que a resposta é o cone.

Nota: sólidos geométricos são objetos tridimensionais, possuem largura, comprimento e altura.

A Figura 2 apresenta a resolução de um aluno.

Figura 2 – Resolução atividade 3


Atividade 3:

a)Escreva a regra da sequência acima:
Cubo magico, Piramide, bola de basquete e sorvete.

b)Qual o 8º sólido geométrico da sequência?
Cone

c)Qual o 16º sólido geométrico da sequência?
Cone

d)Sem desenhar, qual o sólido geométrico que ocupa a 20ª posição?
Cone

Perceba: sólidos geométricos são objetos tridimensionais, possuem largura, comprimento e altura.

Fonte: O autor (2024)

Aqui nesta 4ª atividade o estudante buscou respostas por através de um pensamento mais generalizado e abrangente, uma vez que o resultado almejado tem apenas uma solução, porém terá a sua disposição várias ferramentas algébricas e muitos números para chegar ao resultado desejado, assim o estudante trabalhou muito bem a abstração e a compreensão que na matemática, muitas vezes, há mais de uma forma para resolver o mesmo problema.

Algumas respostas dos estudantes:

a) Cubo, pirâmide, esfera, cone e cubo mágico;

b) Cone de sorvete;

c) Cone de sorvete;

d) Cone de sorvete.

O mais importante desta atividade foi que a letra aparece como figura para representar uma posição qualquer na sequência. Os objetivos destas perguntas foram permitir ao aluno concluir que as posições multiplicas de 4 são ocupadas pelo cone. É interessante observar como a aritmética trabalhada em anos anteriores ganhou novo significado a partir da observação das sequências. Essa questão levou a reforçar em alguns alunos e a desenvolver em outros a busca dos critérios de múltiplos e divisibilidade. Após alguns encaminhamentos muitos alunos identificaram uma relação entre posição de cada figura e as respectivas multiplicidade.

De acordo com Wadsworth (1971), Piaget foi um psicólogo conhecido por suas teorias sobre o desenvolvimento cognitivo. Ele investigou como as crianças desenvolvem a capacidade de pensar logicamente e abstrair, o que inclui o pensamento algébrico. Assim, argumentou Piaget, que se a inteligência humana quiser ser adaptativa, ela deverá ter funções para representar os aspectos transformacionais e estáticos da realidade. Seus estudos sobre os estágios de desenvolvimento cognitivo são fundamentais para entender como o pensamento algébrico se desenvolve nas crianças. Os conceitos da teoria de Piaget estimulam meios para a criação de recursos geométricos para matemática do ensino fundamental. Nisto é vital que os professores reproduzam recursos visuais enquanto eles estão ensinando os alunos no entendimento matemático.

Na teoria de Piaget, não há diferença significativa entre crianças, o desempenho das crianças mais velhas na aprendizagem é comparável ao das crianças mais novas (WADSWORTH, 1971). Os alunos aprendem coisas novas com base no que já sabem e compreender como eles constroem o conhecimento é a chave para apoiar seu desenvolvimento.

2º Dia das Atividades com estudantes do 3º Ano

Atividade 4

Na Matemática podemos escrever o número 9 como resultado de diversas operações. Por exemplo:

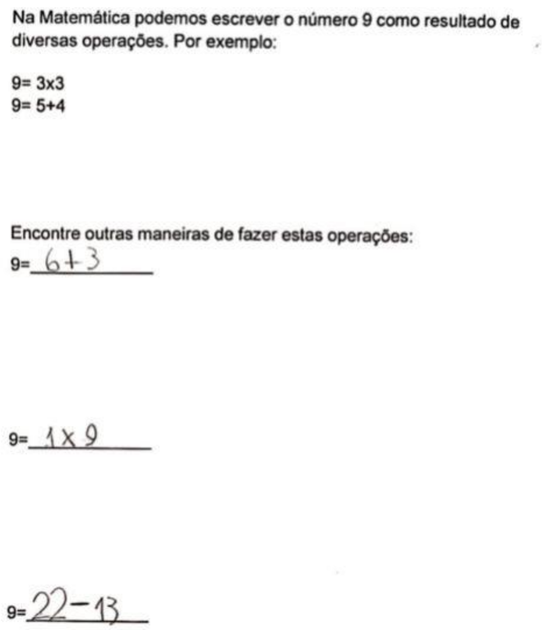
9= 3x3
9= 5+4

Encontre outras maneiras de fazer estas operações:

9=___________________
9=___________________
9=___________________

Ao utilizar os recursos matemáticos, os estudantes obtiveram inúmeras formas de obter o número 9 como resultado de diferentes operações. Como eles tiveram a liberdade de utilizar qualquer operação entre os números que resultassem em nove, apenas dois estudantes não conseguiram realizar a atividade. A Figura 3 apresenta a resolução da atividade 4.

Figura 3 – Resolução atividade 4


Na Matemática podemos escrever o número 9 como resultado de diversas operações. Por exemplo:

9= 3x3
9= 5+4

Encontre outras maneiras de fazer estas operações:
9= 6+3

9= 1x9

9= 22-13

Fonte: O autor (2024)

Na 5ª atividade proposta, o estudante deveria trabalhar com o pensamento algébrico dos sinais, de modo a ordenar os sinais algébricos de forma lógica e aritmeticamente, obedecendo a regra de expressões numéricas para se resolver os exercícios propostos.

Atividade 5

Com os símbolos das operações, +, -, x, ÷, (), torne verdadeira a igualdade:

a) ___4___4___4___4___= 3

(4+4+4) / 4 = 3 ou (4x4 - 4) /4 = 3

b) ___4___4___4___4___=32

4x4 +(4x4) = 32

Algumas respostas dos estudantes, e a Figura 2 apresenta uma resolução.

9=18:2

9=18-9

9=1=8

Em virtude de tal atividade possuir um caráter mais desafiador, os estudantes apresentaram dificuldades em suas respostas. A maioria demonstrou compreender a demanda da atividade, mas não conseguiam chegar nas respostas. A docente da turma que estava acompanhando, observou que eles ainda estavam na construção da divisão, a maioria conseguindo resolver questões, mas tendo dificuldades de registrar convencionalmente a utilização do algoritmo.

As dificuldades dos alunos com a divisão são amplamente documentadas na literatura educacional. Segundo Fischbein *et al.* (1985), os alunos frequentemente usam modelos implícitos incorretos ao resolver problemas de divisão, o que leva a erros persistentes. Essas dificuldades podem surgir de várias fontes, incluindo a compreensão conceitual, a aplicação de procedimentos e a interpretação dos resultados. Os alunos muitas vezes memorizam procedimentos sem entender por que eles funcionam, levando a erros quando os números são complexos ou os problemas são apresentados de forma diferente, além da dificuldade em ver a divisão como a operação inversa da multiplicação, o que é essencial para uma compreensão profunda do conceito.

Atividade 6

A atividade 6, é uma derivação da atividade 5, porém com maior flexibilidade quanto ao posicionamento dos números e sinais nas operações, pois permite ao estudante comutar os números em um posicionamento diferente do exemplo dado no enunciado do exercício, trabalhando de certa forma o raciocínio espacial.
Atividade 6:

Perceba que o número 21 pode ser escrito e obtido da seguinte forma:

21= 3 x (4+3)

Como você faria para obter o número 3, usando os mesmos números e qualquer operação básica que você achar melhor, desta expressão numérica?

Uma resolução 3 = 21 / (4+3) ou 3 = 21/ 3 - 4

Nota: Expressão numérica são sequências de duas ou mais operações que devem ser realizadas respeitando determinada ordem.

Os objetivos desta atividade foram trabalhar a manipulação de expressões e a operação inversa, demostrando que se pode desfazer a construção de modo a voltar ao valor inicial. Essas abordagens, tiveram grande importância para eliminar algumas dificuldades dos cálculos aritméticos dos alunos e fazê-los compreender cada expressão como uma série de instruções que eles podiam controlar.

3º Dia das Atividades com estudantes do 3º Ano

Nas atividades 7, 8, 9 e 10, o estudante foi estimulado a desenvolver operações que o leve a obter um resultado predeterminado, dispondo apenas de um valor inicial para se obter tais resultados. São atividades que desencadeiam no estudante explorar o seu pensamento abstrato, bem como uma varredura de seu conhecimento aritmético acumulado durante sua jornada estudantil, enfim conduz o estudante a pensar e consultar o seu conhecimento adquirido para obter os resultados almejados.

Atividade 7

Qual a regra para se obter o número respondido. Escreva uma frase que justifique o valor:

Número falado: 2 4 10

Número respondido: 4 8 20

Frase:

Uma das respostas seria multiplicar o número inicial por 2; exemplo: 2x2=4; 4x2=8; 10x2=20

Outra resposta seria somar o número inicial por ele mesmo, exemplo: 2+2 =4; 4+4=8; 10+10=20.

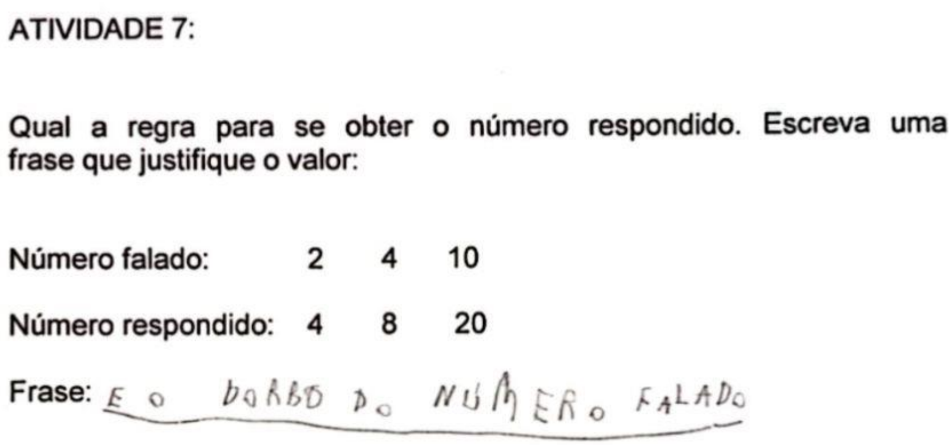
Algumas respostas dos estudantes, e as Figuras 4 e 5 apresentam duas resoluções distintas desta atividade.

Os números estão se multiplicando.

É o dobro do número falado.

Ele se multiplica por 2.

Figura 4 – Resolução atividade 7



ATIVIDADE 7:

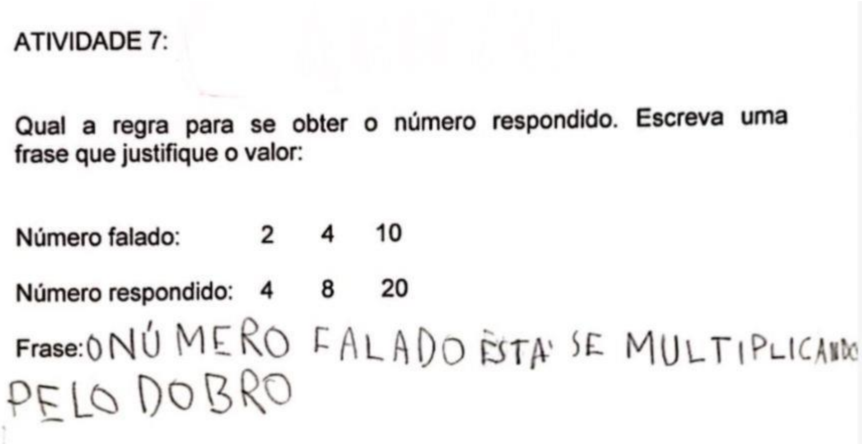
Qual a regra para se obter o número respondido. Escreva uma frase que justifique o valor:

Número falado:	**2**	**4**	**10**
Número respondido:	**4**	**8**	**20**

Frase: E O DOBRO DO NUMERO FALADO

Fonte: O autor (2024)

Figura 5 – Resolução atividade 7



Fonte: O autor (2024)

Dando continuidade à atividade anterior, as atividades 7, 8, 9 e 10, além de servir ao estudo da relação entre as linguagens em prosa e a algébrica, pode-se enveredar por uma análise destas relações como funções a partir que existe uma associação entre o número dado e o número respondido. Assim, o conjunto dos números respondidos depende da escolha do conjunto para os números ditos.

Neste caso, dizemos que a relação acima é uma função, e que o conjunto escolhido para os números ditos é compreendido como o domínio da função e o correspondente conjunto dos números respondidos, é a imagem desta função. A relação entre função e álgebra é fundamental na matemática, pois ambos os conceitos estão intrinsecamente ligados ao estudo das relações e operações entre números e variáveis.

Na ótica de Kaput e Schorr (2008), Kieran *et al.* (2016) e Stephens *et al.* (2017a), o "pensamento algébrico inicial" pode ser entendido como uma série de processos cognitivos pelos quais as crianças passam ao resumir e generalizar indutivamente a estrutura, os padrões e o raciocínio quantitativo em fórmulas matemáticas. Além disso, isso inclui a utilização de representação simbólica para articular e fundamentar logicamente conclusões generalizadas com a álgebra, incluindo o conceito de função, que pode ser ensinada de forma que os alunos desenvolvam uma compreensão profunda e significativa.

Atividade 8

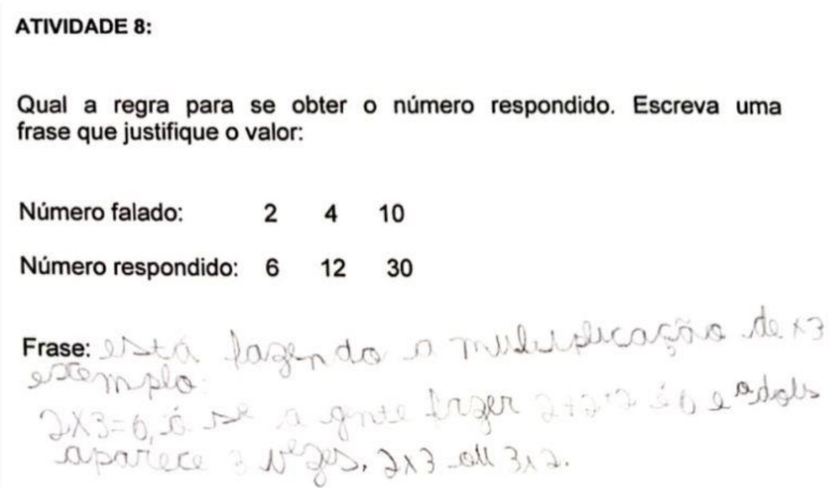
Qual a regra para se obter o número respondido. Escreva uma frase que justifique o valor:

Número falado:	2	4	10
Número respondido:	6	12	30

Frase:

Uma das respostas seria multiplicar cada número inicial por 3, exemplo: 2x3=6; 4x3=12; 10x3=30. A Figura 6 apresenta a resolução desta atividade feita por um aluno.

Figura 6 – Resolução atividade 8


ATIVIDADE 8:

Qual a regra para se obter o número respondido. Escreva uma frase que justifique o valor:

Número falado:	**2**	**4**	**10**
Número respondido:	**6**	**12**	**30**

Frase: está fazendo a multiplicação de x3 exemplo:
2X3=6, é se a gente fazer 2+2+2 é 6 e o dois
aparece 3 vezes, 2x3 ou 3x2.

Fonte: O autor (2024)

A atividade 9 leva o estudante a pensar fora da caixinha, já que a resposta mais rápida para o estudante seria apenas acrescentar o número 1 à direita do número dado.

Abaixo, algumas respostas dos estudantes.

Multiplicando pelo triplo.
Todas estão 3 vezes.
É o triplo do número falado.

Atividade 9

Qual a regra para se obter o número respondido. Escreva uma frase que justifique o valor:

Número falado: 2 4 10

Número respondido: 21 41 101

Frase: Acrescentar o número 1 ao lado do número dado.

Algumas respostas dos estudantes:

A unidade vira dezena.

Aparece sempre o número 1

O número falado mais 1.

Atividade 10

Qual a regra para se obter o número respondido. Escreva uma frase que justifique o valor:

Número falado: 2 4 10

Número respondido: 9 13 25

Frase:

Uma resposta seria somar o número inicial a 5 mais ele mesmo, ficando: 2 + 5 + 2 =9; 4 + 5 + 4 = 13; 10 + 5 + 10 = 25.

Outra resposta seria: somar o dobro do número dado com 5, ficando: 2x2+5=9, 2x4+5=13; 2x10+5=25.

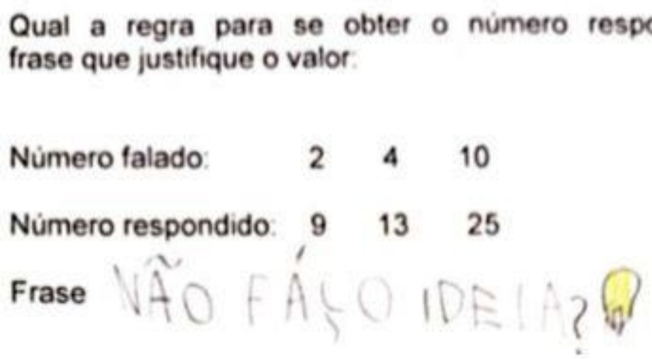
Algumas respostas dos estudantes, e a Figura 7 representa uma resolução de aluno.

2+7=9; 4+9=13; 13+12=25

Não entendo a lógica, mas está aqui as contas.

Cada um tem uma regra diferente.

Figura 7 – Resolução atividade 10



Qual a regra para se obter o número respondido. Escreva uma frase que justifique o valor:

Número falado: 2 4 10

Número respondido: 9 13 25

Frase NÃO FÁÇO IDEIA?

Fonte: O autor (2024)

Atividade 11

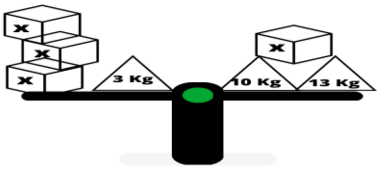
Essa atividade deverá ser aplicada nos anos que já desenvolveram o pensamento algébrico de forma consubstancial. Levando o estudante a exercitar o pensamento algébrico mais elaborado, já que para solucionar o problema terá que utilizar os recursos de resolução de equações algébricas, e espera-se que o aluno utilize o pensamento associativo, pois o estudante ao ver a figura da balança terá que associar este mecanismo a uma equação algébrica para resolver a atividade dada.

Assim, ao resolver a atividade, o estudante terá que associar a balança ao sinal de igualdade da equação, bem como deverá associar ainda cada braço da balança a cada um dos lados da equação, onde o braço esquerdo nos dará incógnitas x, x, x mais o valor 3 kg, no meio teremos a balança que é equivalente ao sinal de igual (=), e o braço direito da balança nos dá a incógnita x mais os valores 10kg e 13kg.

Desta forma, ao desenvolver a atividade, o estudante chegará a seguinte equação algébrica:

$$x + x + x + 3 = x + 10 + 13$$

Atividade 11:



A balança está em equilíbrio(igualdade), qual o valor de x para que este equilíbrio permaneça?

Resposta: x+x+x+3 = x+ 10 +13 => 3x +3 = x + 23 => 3x - x = 23 - 3 => 2x = 20 => x = 20/2 => x = 10kg.

Algumas respostas dos estudantes:

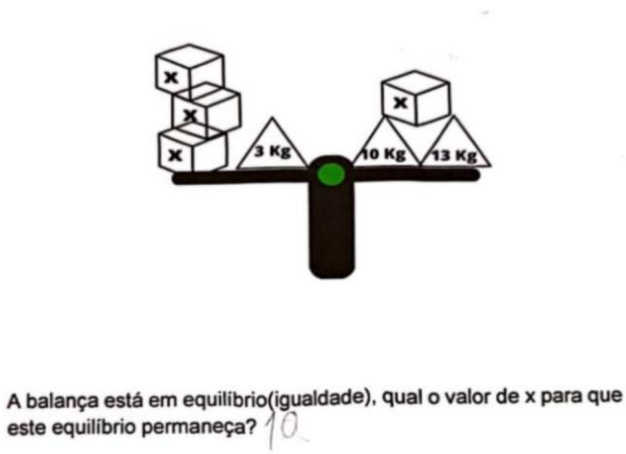
10 Kg

A caixinha pesa 10 quilos.

10 é o valor de X.

A Figura 8 apresenta a resolução de um aluno.

Figura 8 – Resolução atividade 11



Fonte: O autor (2024)

As figuras de 9 a 14 demonstram as dinâmicas em sala de aula, incluindo aplicação de atividade e explicações dos exercícios e conteúdo.

Figura 9 – Sala de aula

Fonte: O autor (2024)

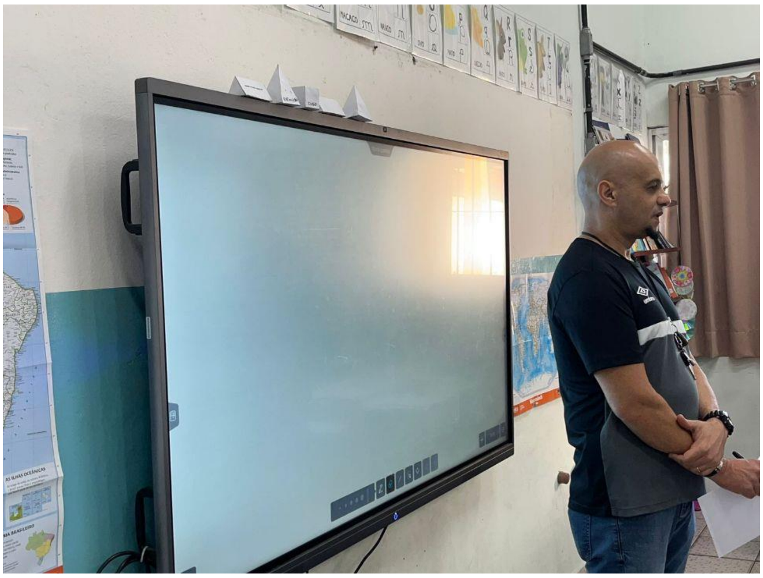
Figura 10 – Sala de aula

Fonte: O autor (2024)

Figura 11 – Sala de aula

Fonte: O autor (2024)

Figura 12 – Sala de aula



Fonte: O autor (2024)

Figura 13 – Sala de aula

Fonte: O autor (2024)

Figura 14 – Sala de aula

Fonte: O autor (2024)

Levando em conta as dinâmicas em sala de aula e a aplicação das atividades elaboradas, evidencia-se exatamente o que o estudo de Santos (2020) enfatiza acerca do pensamento algébrico como ferramenta científica referente à forma com que os discentes são submetidos à compreensão da realidade existente na matemática, incluindo o ato de estabelecer relações entre grandezas variáveis, posto que isso seja a essência das atividades algébricas.

Como contribuição, Santos (2020) ainda assegura que a formação de conceitos algébricos permite difundir o pensamento e a apropriação de lógicas contextuais e conceituais inerentes à matemática. Desse modo, pensar algebricamente deriva das relações mais gerais que existem na álgebra, cujo entendimento está relacionado ao pensamento teórico que se amplia a partir das práticas realizadas. Com isso, observa-se a essencialidade de praticar a álgebra para desenvolver o pensamento algébrico sem grandes transtornos, visto que o assunto é repleto de abstrações que podem carregar complexidades sob a ótica do ensino e da aprendizagem.

Ainda nesse sentido, o reflexo mais fiel de desenvolvimento do pensamento algébrico refere-se a uma espécie de subordinação em face das relações dialéticas estabelecidas, pois há tendências algébricas que precisam ser respeitas a fim de proporcionar o desenvolvimento do pensamento algébrico mais facilmente, cuja linguagem faz total diferença durante o processo de ensino-aprendizagem (Santos, 2020).

Salienta-se que a álgebra permite a criação de perspectivas distintas em relação ao âmbito histórico-cultural, de modo que, mesmo que haja limitação de definição, técnica e procedimento, ainda é possível validar lógicas formais acerca do desenvolvimento do pensamento algébrico a partir de intencionalidades voltadas à disciplina (Santos, 2020). Quando se direciona aos estudantes dos anos iniciais, esse desenvolvimento tende a estar voltado integralmente ao objeto de compreensão, incluindo questões abstratas e concretas presentes na relação dialética.

O estudo de Moretti, Virgens e Romeiro (2022) contribuem para a ideia de que a generalização e o pensamento algébrico caminham lado a lado, mas apresentam distinções, sobretudo no que se refere às diferentes concepções entre os autores, visto que o ato de pensar algebricamente não precisa necessariamente envolver o reconhecimento de simbologias que são manipuladas a partir da álgebra, mas enfatiza a precisão de compreender relações pertinentes aos fenômenos, e isso tende a oportunizar o desenvolvimento de um pensamento algébrico.

Nessa direção, o raciocínio aritmético é o caminho para pensar algebricamente, considerando investigações pertinentes às generalizações de padrões que ocorrem por meio das atividades aplicadas. Assim, o autor das atividades deve apresentar linguagem escrita, falada e gesticular a fim de beneficiar o entendimento do aluno para que se torne capaz de desenvolver o pensamento algébrico de qualidade (Moretti; Virgens; Romeiro, 2022).

CAPÍTULO 5 – PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional elaborado refere-se a um Guia de Orientações Pedagógicas que enfatiza o Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, cuja estrutura segue a seguinte divisão: memorial, explicativo sobre o guia pedagógico elucidando o pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, apresentação do material com objetivo e público-alvo, pequena explicação sobre a cidade de Cubatão, São Paulo, onde o guia foi desenvolvido e aplicado, incluindo as atividades culturais e dados educacionais da cidade.

Ademais, apresenta-se uma introdução para abranger a álgebra, o pensamento algébrico e a aplicação nos Anos Iniciais no Ensino Fundamental I. Na sequência, há a conceituação de sequência didática em face das intervenções dos docentes, bem como o plano de atividades, apresentando da atividade 1 a 25, conclusão e referências bibliográficas utilizadas na construção do guia. Abaixo, segue o conteúdo do Guia Pedagógico.

MEMORIAL: **G**eraldo **M**anoel da **S**ilva **F**ilho

Sempre fui movido a desafios e a adrenalina de resolver problemas matemáticos é uma realidade que jamais evitarei. Optei pela formação em matemática devido ao gosto e a facilidade que sempre demonstrei com a disciplina, então, sempre prestei auxílio aos colegas de sala enquanto estudante.

Ingressei no Instituto Federal de Educação em **1993** para aprofundar os meus conhecimentos com a *matemathike.* Em **2003**, ingressei na Universidade Federal do Paraná (UNESPAR), em **2012** na Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG) e em **2012** na Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES) para a continuidade dos meus estudos como professor de matemática e física.

A minha vida profissional como professor de matemática teve início em **2011** na Secretaria do Estado da Educação do Paraná, e na sequência na Secretaria de Educação de Praia Grande – São Paulo (**2012**), onde me dedico atualmente. Tendo em vista a vasta experiência que tem sido adquirida durante esses anos, prossigo com o sentimento de alta adrenalina quando me deparo com os problemas matemáticos enfrentados cotidianamente, seja no interior de uma sala de aula ou fora desse ambiente. É incontestável o prazer que sinto na docência de Álgebra.

O ato de "**fazer a matemática**" promove constantemente novos aprendizados em mim acerca do raciocínio numérico, quantitativo, linguístico, simbólico, espacial, lógico, diagramático, dentre outros que se referem à abstração e demais subjetivas que permeiam a ciência matemática. Além disso, trabalhar nesta área e promover o ganho de conhecimento e o desenvolvimento de habilidades e competências inerentes à matemática para crianças, é muito gratificante para mim.

Me sinto completamente movido aos novos desafios e por isso optei por seguir uma carreira tão repleta de oportunidades, desde que pautada no desenvolvimento contínuo. **Sigo com a mesma adrenalina de 1993 quando iniciei esta trajetória, porém multiplicada**.

GUIA PEDAGÓGICO: O pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental

APRESENTAÇÃO DO MATERIAL

Caros colegas de profissão, é com grande prazer que ocorre o compartilhamento deste material com a comunidade docente de Álgebra do Ensino Fundamental I, correspondente do **1° ao 5° ano**. A concepção deste produto pedagógico somente foi possível devido à junção das minhas habilidades e competências adquiridas ao longo de treze anos como professor de Matemática e Física somadas, essencialmente, ao Programa de Pós-Graduação em Práticas Docentes no Ensino Fundamental da Universidade Metropolitana de Santos.

Direciona-se este Guia Pedagógico aos professores de Álgebra que anseiam transcender as barreiras pertinentes à docência matemática e algébrica em um contexto em que o aluno comumente apresenta dificuldades no processo de ensino-aprendizagem, sobretudo no que se refere ao desenvolvimento do pensamento algébrico como forma de beneficiar o estudo da álgebra em face da proposta vigente aos anos iniciais.

Houve a **intenção de desenvolver** propostas de ensino algébrico com os discentes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, levando em conta o envolvimento em sala de aula. Toda a dinâmica educacional ocorreu em uma escola municipal de Cubatão – São Paulo, especificamente com as turmas do 1° ao 5° ano do Ensino

Fundamental. O guia detém as experiências e aprendizados parciais que correspondem à trajetória contextualizada, incluindo o detalhamento das atividades propostas.

Este material pode apresentar grande utilidade para a mobilização dos docentes de Álgebra que integram o contexto das dificuldades matemáticas, sobretudo como orientação instrutiva que visa sugerir atividades que fomentam o **desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos**, considerando a heterogeneidade de cada um durante as realizações, bem como levando à reflexão da contribuição do guia para o processo educacional da disciplina.

OBJETIVO E PÚBLICO-ALVO

O objetivo deste material é fornecer auxílio para os docentes no que tange às práticas pedagógicas que contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos discentes do Ensino Fundamental.

O público-alvo deste guia pedagógico se divide em dois importantes grupos: estudantes do 1° ao 5° ano (faixa etária entre 6 e 10 anos de idade) e docentes que inserem o conteúdo da Álgebra.

A CIDADE DE CUBATÃO – SÃO PAULO

Cubatão está localizada no sopé da Serra do Mar, e por isso ficou reconhecida como um caminho de "**passagem**" para aqueles que se direcionam à Baixada Santista, litoral Sul do estado de São Paulo. A partir de 1949, a cidade obteve a sua emancipação da cidade de Santos em relação as esferas políticas e administrativas que uniam as duas cidades.

Deste modo, a economia local engrenou, ainda mais considerando o grande tráfego de veículos sentido ao litoral, desde turistas até trabalhadores que levavam cargas e produtos diversos.

Com isso, Cubatão se desenvolveu a partir das indústrias e dos investimentos federais que passou a receber, validando a chance de obtenção de novos resultados provenientes das atividades portuárias que instalaram alguns terminais no município.

Na década de 80, Cubatão foi considerada a cidade mais poluída do mundo pela Organização das Nações Unidas (ONU).

Houve um controle de cerca de 98% do nível de poluentes, principalmente no ar (IFSP, 2018). De acordo com o último censo do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Cubatão possui 112.476 pessoas, cuja densidade demográfica é de 787,21 habitantes por km² (IBGE, 2022). O turismo da cidade é muito grande, principalmente ecoturismo e turismo educacional, e por isso Cubatão segue na linha de uma cidade com forte potencial de desenvolvimento.

ATIVIDADES CULTURAIS E DADOS EDUCACIONAIS

O maior produto cultural de Cubatão é o turismo, sobretudo a Mata Atlântica, visto que existem passeios guiados que atrelam o lazer ao conhecimento, além de atrativos históricos, artísticos e religiosos acerca dos recursos naturais e paisagísticos existentes no município. Este potencial turístico emerge da primeira conceituação sobre a cidade "de passagem", visto que é caminho para o litoral e possui belezas ímpares que recebem grande atenção dos turistas.

Historicamente, as atividades culturais de Cubatão se apoiam no turismo existente na cidade, fazendo menção aos parques que contêm histórias específicas do município e dos povos que antigamente frequentavam, além dos aspectos de berços naturais, manguezais, dentre outros.

O último censo educacional de Cubatão ocorreu em 2010, cujas informações apresentadas destacam uma taxa de escolarização de 6 a 14 anos de idade em torno de 98%. Em um comparativo com outras cidades, Cubatão ocupava a posição 336 de 645, já considerando as cidades do país, uma posição de 2065 de 5570 (IBGE, 2022).

Em 2021, o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) para os anos iniciais do Ensino Fundamental na rede pública era de 5,8 e para os anos finais, 5,2. Em comparação com outros municípios, Cubatão ocupava a posição 466 e 365 de 645. Já no *ranking* do país, ocupava as posições 1972 e 1327 de 5570 (IBGE, 2022).

Além disso, em 2021 a quantidade de matrículas no Ensino Fundamental foi de 14.777, e no Ensino Médio, 4.833. A quantidade de docentes no Ensino Fundamental era de 900 e no Médio, 336. Sobre a quantidade de escolas de Ensino Fundamental, 41 e 13 de Ensino Médio (IBGE, 2022).

INTRODUÇÃO

A ÁLGEBRA é a parte mais elementar da matemática, cujas generalizações envolvem a aritmética e introduzem variáveis que representam números, os quais podem ser simplificados para a resolução de problemas por meio de fórmulas, além de que as grandezas são representadas por símbolos específicos (Senna Dias; Noguti, 2023). Além disso, a Álgebra representa um "método" fundamental que difunde o pensamento matemático através da preconização de regras que são atribuídas na resolução de problemas, envolvendo os alunos por meio de hipóteses matemáticas.

A ampliação do conhecimento algébrico está pautada na oferta de incentivo para beneficiar o desenvolvimento do pensamento matemático, de modo que o agente transformador é o professor. Esta figura deve aplicar técnicas que abrangem o desenvolvimento das características basilares acerca do pensamento algébrico, tais como: o domínio da expressão e formalização da generalização aritmética, a generalização de padrões numéricos que permitem a descrição de relações funcionais, a modelação como domínio de expressão e formalização de cada generalização e a generalização dos sistemas matemáticos abstratos que envolve as relações de cálculos (Scremin; Righi, 2020).

A presença da álgebra nos anos iniciais é fundamental para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico visando ensinar, através de situações matemáticas, os discentes para que compreendam como ocorre a identificação de padrões, análises, regularidades e generalizações tendo em vista a matemática como ferramenta de instrução na resolução de problemas (Senna Dias; Noguti, 2023

A álgebra é um ramo da matemática que visa testar e comprovar as operações básicas e elementares em função de relações que pertencem aos conjuntos numéricos. Além disso, a álgebra também generaliza a matemática envolvendo a aritmética, cujos conceitos e operações são amplamente utilizados, tais como a adição, subtração, multiplicação, divisão, dentre outros (Scremin; Righi, 2020).

O pensamento algébrico é um conjunto de objetivos que visam aperfeiçoar a compreensão da Álgebra, incluindo os seguintes assuntos:

- Desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas;
- Abstração e generalização;
- Fortalecimento do raciocínio lógico;
- Preparação para disciplinas avançadas;
- Aplicações práticas;
- Desenvolvimento de competências digitais;
- Capacidade de comunicação e argumentação.

Deste modo, eliminam-se as barreiras existentes no processo mental que envolve a análise e interpretação de dados matemáticos. Este tipo de pensamento anseia promover a educação matemática aos educandos, para que tenham contato com dados numéricos e rapidamente pensem algebricamente para solucionar situações (Senna Dias; Noguti, 2023).

Complementar a isso, o pensamento algébrico perpassa por diversos processos até chegar ao seu nível de desenvolvimento, tais como a linguagem, a experiência do homem e a cultura, além das apropriações dialógicas que alteram os conhecimentos prévios daqueles que envolvidos com habilidades novas. Esses aspectos ainda contam com situações-problema que normalmente são resolvidas a partir de expressões simbólicas a fim de elucidar o contexto empregado (Senna Dias; Noguti, 2023).

Acredita-se que o pensamento algébrico é constituído a partir de um processo natural que resulta da vida em sociedade, como uma espécie de produto cultural das pessoas assim que se apropriam de algum tipo de linguagem. Quando abstratas, o sistema de representação do pensamento reage a partir de generalizações para pressupor signos e novas linguagens à matemática. A linguagem é o produto do pensamento, um tipo de reflexo que se manifesta por meio da criação ou surgimento de problemas. Deste modo, o pensamento algébrico comunica ideias matemáticas para as diversas áreas do conhecimento (Moretti; Virgens; Romeiro, 2022).

A aplicação da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental é relevante para desenvolver o pensamento algébrico dos discentes, e por isso a aplicação de propriedades aritméticos para expressar generalizações, é fundamental de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), assegurando que o contato dos alunos ocorra antes do uso da linguagem algébrica (Silva; Ribeiro; Aguiar, 2023).

A abordagem da álgebra se aplica diretamente ao aprendizado específico que as crianças que integram o Ensino Fundamental I carecem, sobretudo no que diz respeito às necessidades que permeiam o desenvolvimento de habilidades de contagem, representação, ordenação, resolução de problemas e demais operações que emergem desta disciplina (Silva; Ribeiro; Aguiar, 2023).

Diante disso, os padrões práticos desta abordagem exploram de forma concreta o uso de informações presentes no cotidiano, as quais surgem de formas variadas e requerem a matemática para em cada solução como parte inerente ao processo. Assim, a esfera educacional se compromete a instruir formalmente a manipulação de equações e operações que compõem estruturas algébricas, incluindo a matemática pura ou junto da geometria para proporcionar a análise da teoria dos números (Moretti; Virgens; Romeiro, 2022).

A aplicação algébrica também se refere ao entendimento de regras lógicas que promovem o desenvolvimento do raciocínio dedutivo que contribui diretamente com o pensamento crítico. Esta dinâmica visa integralmente a resolução de problemas pautados na matemática como ferramenta fundamental que tende a acompanhar os discentes nos anos iniciais até a fase adulta da vida, visto que muitos acontecimentos requerem a aplicação algébrica (Moretti; Virgens; Romeiro, 2022).

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática refere-se a um conjunto de atividades que são devidamente organizadas para promover melhorias ao processo de ensino-aprendizagem, cujo planejamento segue um padrão sequencial e progressivo para atingir os objetivos específicos de aprendizagem (Lopes *et al.,* 2020).

As atividades são propostas de modo criterioso selecionando exercícios com diferentes níveis de dificuldade para oportunizar o contato do aluno com várias realidades, sobretudo no que diz respeito ao aumento gradual das complexidades enfatizando a aquisição de habilidade nova que se torna competência com o passar do tempo, abrangendo domínio e tempo de prática de exercícios (Lopes *et al.,* 2020).

O professor intervém sempre que necessário durante a aplicação da sequência didática, visto que é relevante acompanhar o desenvolvimento do aluno durante a realização dos exercícios propostos. Ademais, a participação do professor neste momento é essencial para apresentar dicas, explicações direcionadas, métodos de resolução, sanar dúvidas, dentre outras aplicações práticas que fazem parte desse cotidiano (Moulin, 2023).

Vale ressaltar que a sequência didática é uma maneira muito estratégia muito importante para organizar de modo metodológico e sequencial, a execução de um conjunto de atividades. Dessa forma, o aluno consegue interagir melhor com o professor e com os colegas possibilitando a troca de dúvidas e explicações sobre o assunto proposto em cada atividade (Lopes *et al.,* 2020).

O âmbito educacional lida com a sequência didática visando a definição de procedimentos que possuem etapas correlacionadas, assim é possível tornar a resolução das atividades mais eficiente em face do processo de ensino-aprendizagem (Moulin, 2023).

PLANO DE ATIVIDADES

EMENTA

Encontros diários e semanais conforme o cronograma do ano letivo; resolução de atividades para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

OBJETIVO GERAL

Desenvolver o pensamento algébrico nos iniciais do Ensino Fundamental.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Possibilitar que o estudante construa conceitos sobre variáveis;
- Compreender a formação de padrões numéricos ou não, presentes no cotidiano;
- Distinguir os aspectos de álgebra e aritmética, inclusive na construção do número no sistema decimal;
- Favorecer a resolução de problemas em situações de contextos diversos;
- Auxiliar na manipulação simbólica;

- Compreender em situações lúdicas as propriedades das operações aritméticas, com apoio de recursos pictóricos;
- Desenvolver o senso de concepções errôneas sobre as operações e registros simbólicos.

DINÂMICA

As atividades são aplicadas diária e semanalmente a fim de manter o aluno instruído e orientado em prol do desenvolvimento mais assertivo do pensamento algébrico, sobretudo no que diz respeito ao compartilhamento de estratégias entre o professor, aluno e colegas de sala.

AVALIAÇÃO

- Participação nos encontros diários e semanais para a realização das atividades;
- Testes orais e escritos realizados em atividades grupais ou individuais;
- Aplicação da atividade com e sem consulta;
- Fixação de tempo para a realização da atividade a fim de evitar dispersão ao processo de ensino-aprendizagem.

NÍVEL DE DIFICULDADE DAS ATIVIDADES (NDA)

B – Básico / I – Intermediário / A – Avançado.

Atividade 1

Objetivo: dar um novo significado a aritmética generalizada a partir de observações das sequências numéricas; dar um novo significado à aritmética a partir de observações das sequências numéricas; identificar padrões como recursos para fornecer as ideias da álgebra; expressar generalidades; familiarizar com sequências repetitivas; notar a correspondência entre a posição do algarismo na sequência.
(NDA – B)

***Desenvolvimento**:*

Entregue as folhas aos alunos e apresente a sequência abaixo;

Relembre o conceito de algarismo e aleatoriedade;

Aborde os conceitos de números ordinais e cardinais;

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Observe a sequência abaixo:

314593145931459314593145931459314593145931459314593145931459

a) Qual a regra dessa sequência?
b) Qual o 7º algarismo da sequência?
c) Qual o 21º algarismo da sequência?
d) Sem escrever, qual o algarismo que ocupa 30ª posição?

Atividade 2

Objetivo: dar um novo significado a aritmética entre sucessor e antecessor a partir de observações dos algarismos; significar expressões e sequências; alternar as representações das variáveis com a soma das parcelas; identificar a relação entre posição e valor desconhecido; observar padrões que permitam a construção aritmética. ***(NDA – I)***

Desenvolvimento:

Entregue as folhas aos alunos e apresente a sequência abaixo;

Relembre o conceito sucessor e antecessor;

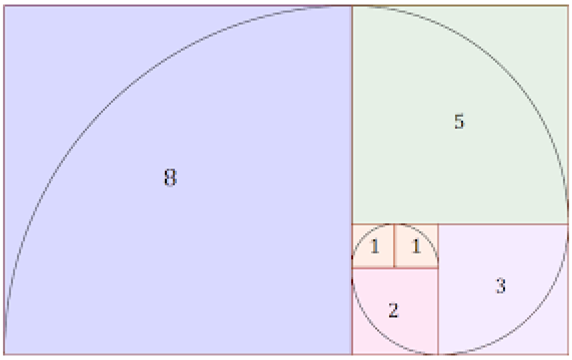
Aborde os conceitos de números ordinais e cardinais;

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Comente com os alunos que assim como os números são infinitos e estão em todos os lugares, esse formato de desenho também encontramos em vários lugares da natureza;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Observe a sequência abaixo:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... 

a) Qual a regra dessa sequência?
b) Qual o 8º algarismo da sequência?
c) Qual o 10º algarismo da sequência?
d) Qual objeto ou figura o desenho acima te faz lembrar?

Atividade 3

Objetivo: familiarizar entre a posição dos sólidos geométricos e suas correspondências na forma e posição; observar sequências repetidas com sua correspondência múltipla; trabalhar a ideia de múltiplo, um número é múltiplo de outro quando for divisível por ele; reforçar os critérios de divisibilidade; observar padrões; expressar generalidades; familiarizar com sequências repetitivas; notar a correspondência entre a posição do elemento em uma sequência. ***(NDA – I)***

Desenvolvimento:

Entregue as folhas aos alunos e apresente a sequência abaixo;

Pergunte o nome de cada objeto e se os alunos conseguem associar com figuras geométricas da matemática;

Relembre ou aborde o conceito de sólidos geométricos;

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Abra uma discussão com as respostas dadas pelos alunos e verifique se eles chegaram a generalizar as posições da sequência;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

a) Escreva a regra da sequência abaixo:

b) Qual o 8º sólido geométrico da sequência?

c) Qual o 16º sólido geométrico da sequência?

d) Sem desenhar, qual o sólido geométrico que ocupa a 20ª posição?

Nota: sólidos geométricos são objetos tridimensionais, possuem largura, comprimento e altura.

Atividade 4

Objetivo: reconhecer o significado da igualdade entre expressões; enfatizar que a igualdade é uma equivalência; notar que as diversas expressões para se obter o número desejado são todas equivalentes entre si; perceber que há possibilidade de usar outros números que estejam dentro dos conjuntos reais, além dos números naturais; diversificar o uso dos sinais da aritmética; construir e manipular expressões aritmética; obter variações nas representações aritméticas. ***(NDA – B)***

Desenvolvimento:

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Relembre ou aborde os conceitos de produto e parcelas em uma multiplicação;

Abra uma discussão com as respostas dadas pelos alunos e verifique se eles chegaram a entender os conceitos de igualdade equivalência entre expressões;

Revise ou demonstre o conjunto dos números naturais;

Demonstre a importância das operações inversas para reverter as operações;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Na Matemática podemos escrever o número 9 como resultado de diversas operações. Por exemplo:

9= 3x3

9= 5+4

Encontre outras maneiras de fazer estas operações:

9=__________________

9=__________________

9=__________________

Atividade 5

Objetivo: identificar o significado do uso de parênteses e da ordem das operações em uma expressão; reconhecer o significado da igualdade entre expressões; enfatizar que a igualdade é uma equivalência; notar que as diversas expressões para se obter o número desejado são todas equivalentes entre si; perceber que há possibilidade de usar outros números que estejam dentro dos conjuntos reais, além dos números naturais; diversificar o uso dos sinais da aritmética; construir e manipular expressões aritmética. ***(NDA – I)***

Desenvolvimento:

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Abra uma discussão com as respostas dadas pelos alunos e verifique se eles chegaram a entender os conceitos de igualdade equivalência entre expressões;

Revise ou demonstre o conjunto dos números naturais e/ou inteiros;

Discuta o uso dos parênteses;

Aborde a ordem correta para execução dos cálculos matemáticos;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Com os símbolos das operações, +, -, x, ÷, (), torne verdadeira a igualdade:

a) 4_____4_____4_____4 = 32
b) 4_____4_____4_____4 = 32

Atividade 6

Objetivo: identificar o significado do uso de parênteses e da ordem das operações em uma expressão; reconhecer o significado da igualdade entre expressões; enfatizar que a igualdade é uma equivalência; notar que as diversas expressões para se obter o número desejado são todas equivalentes entre si; perceber que há possibilidade de usar outros números que estejam dentro dos conjuntos reais, além dos números naturais; diversificar o uso dos sinais da aritmética; construir e manipular expressões aritmética. ***(NDA – I)***

Desenvolvimento:

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Relembre ou aborde os conceitos de produto e parcelas em uma multiplicação;

Abra uma discussão com as respostas dadas pelos alunos e verifique se eles chegaram a entender os conceitos de igualdade equivalência entre expressões;

Revise ou demonstre o conjunto dos números naturais e/ou inteiros;

Demonstre a importância das operações inversas para reverter as operações;

discuta o uso dos parênteses;

Aborde a ordem correta para execução dos cálculos matemáticos;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Perceba que o número 21 pode ser escrito e obtido da seguinte forma:

21 = 3 x (4+3)

Como você faria para obter o número 3, usando os mesmos números e qualquer operação básica que você achar melhor, desta expressão numérica numérica?

Nota: Expressão numérica são sequências de duas ou mais operações que devem ser realizadas respeitando determinada ordem.

Atividade 7

Objetivo: demonstrar a relação entre as linguagens em prosa e algébrica com uso das operações aritméticas. introduzir de modo incipiente o número falado(domínio) e o número respondido(imagem) com uma função; demonstrar a correspondência entre os números; significar expressões generalizadas; manipular o conceito de produto. ***(NDA – I)***

Desenvolvimento:

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Exemplifique a passagem da linguagem em prosa para símbolos e expressões matemáticas;

Estabeleça de modo incipiente a função entre número dado e número respondido;

Estimule o cálculo mental;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Qual a regra para se obter o número respondido. Escreva uma frase que justifique o valor:

Número falado:	2	4	10
Número respondido:	4	8	20
Frase:			

Atividade 8

Objetivo: demonstrar a relação entre as linguagens em prosa e algébrica com uso das operações aritméticas; introduzir de modo incipiente o número falado(domínio) e o número respondido(imagem) com uma função; demonstrar a correspondência entre os números; significar expressões generalizadas; desenvolver o conceito de produto. ***(NDA – I)***

Desenvolvimento:

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Exemplifique a passagem da linguagem em prosa para símbolos e expressões matemáticas;

Estabeleça de modo incipiente a função entre número dado e número respondido;

Estimule o cálculo mental;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Qual a regra para se obter o número respondido. Escreva uma frase que justifique o valor:

Número falado:	2	4	10
Número respondido:	6	12	30
Frase:			

Atividade 9

Objetivo: demonstrar a relação entre as linguagens em prosa e algébrica com uso das operações aritméticas; associar de modo incipiente o número falado(domínio) e o número respondido(imagem) com uma função; demonstrar a correspondência entre os números; significar expressões generalizadas; manipular o conceito de produto e som. ***(NDA – I)***

Desenvolvimento:

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Exemplifique a passagem da linguagem em prosa para símbolos e expressões matemáticas;

Estabeleça de modo incipiente a função entre número dado e número respondido;

Estimule o cálculo mental;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Qual é a regra para se obter o número respondido. Escreva uma frase que justifique o valor:

Número falado:	2	4	10

Número respondido:	21	41	101
Frase:			

Atividade 10

Objetivo: demonstrar a relação entre as linguagens em prosa e algébrica com uso das operações aritméticas; associar de modo incipiente o número falado(domínio) e o número respondido(imagem) com uma função; demonstrar a correspondência entre os números; significar expressões generalizadas; manipular o conceito de produto e som. ***(NDA – I)***

Desenvolvimento:

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Exemplifique a passagem da linguagem em prosa para símbolos e expressões matemáticas;

Estabeleça de modo incipiente a função entre número dado e número respondido;

Estimule o cálculo mental;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Qual é a regra para se obter o número respondido. Escreva uma frase que justifique o valor:

Número falado:	2	4	10
Número respondido:	9	13	25
Frase:			

Atividade 11

Objetivo: representar e calcular variáveis através do processo aritmético de equivalência; construir expressões matemáticas; resolver problemas que envolvam igualdade e equivalência; ressignificar o conceito de variáveis e incógnitas; expressar generalidades; trabalhar representações através de símbolos; desenvolver de forma incipiente cálculos algébricos. ***(NDA – A)***

Desenvolvimento:

Essa atividade deverá ser aplicada nos anos que já desenvolveram o pensamento algébrico de forma consubstancial;

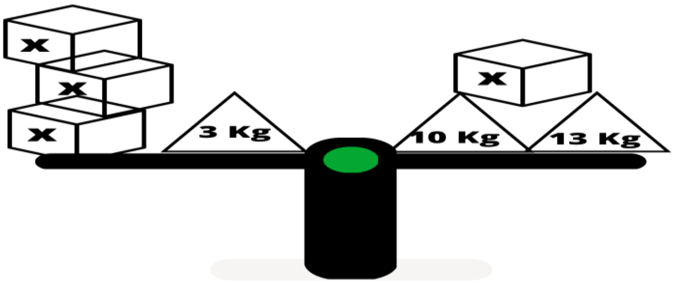
Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Apresente aos alunos a incógnita “x” como um valor desconhecido;

Conduza uma discussão para que os alunos cheguem a valores onde haja um “equilíbrio” na balança;

Percorra a sala de aula e se perceber algum aluno com dificuldade, sugira que ele faça a atividade por tentativa de erro e acerto;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.



A balança está em equilíbrio (igualdade), qual o valor de x para que este equilíbrio permaneça?

Atividade 12

Objetivo: dar um significado a um elemento da sequência nas diferentes posições; observar padrões; expressar generalidades; familiarizar com sequências repetitivas; notar a correspondência entre a posição do elemento na sequência. ***(NDA – B)***

Desenvolvimento:

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Inicialmente o professor pode propor a seguinte questão: Qual é o próximo elemento da sequência?

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida;

Abra uma discussão com as respostas dadas pelos alunos e verifique se chegaram a generalizar a relação;

Percorra a classe e se perceber algum aluno com dúvidas, sugira que releia e desenhe novamente a sequência;

Conforme as respostas dos alunos sugira montar uma tabela ou esquema para organizar as informações.

Descubra a regra da sequência abaixo e continue desenhando.

[ ] [ ] [ ] ....

a) Qual o 7º símbolo da sequência?
b) Qual o 13º símbolo da sequência?
c) Escreva a regra da sequência?
d) Qual o símbolo da 15ª posição? Sem desenhar.

Atividade 13

Objetivo: familiarizar com sequências repetidas e com sua correspondência múltipla; trabalhar a ideia de múltiplo; um número é múltiplo de outro quando for divisível por ele; observar padrões; expressar generalidades; familiarizar com sequências repetitivas; notar a correspondência entre a posição do elemento em uma sequência. ***(NDA – A)***

***Desenvolvimento**:*

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Inicialmente o professor pode propor a seguinte questão: Qual é o próximo elemento da sequência?

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida;

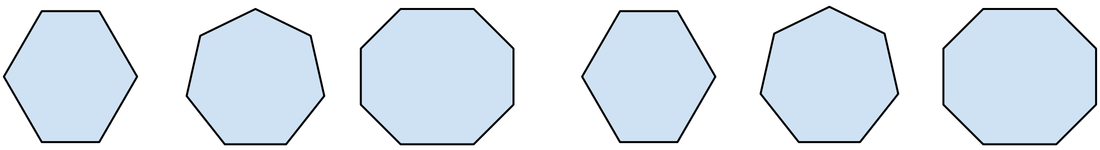
Abra uma discussão com as respostas dadas pelos alunos e verifique se chegaram a generalizar a relação;

Se houver necessidade discorra brevemente o conceito de polígonos;

Percorra a classe e se perceber algum aluno com dúvidas, sugira que releia e novamente a sequência;

Conforme as respostas dos alunos sugira montar uma tabela ou esquema para organizar as informações;

Relembre o conceito de múltiplo, para permitir ao aluno concluir que as posições múltiplas de 3 são ocupadas pelo octógono.



a) Qual a 13ª figura da sequência?
b) Qual a 7ª figura da sequência?
c) Qual a figura que ocupa a 21ª? Se, desenhar? Sem desenhar.

Atividade 14

Objetivo: dar um novo significado a aritmética entre sucessor e antecessor a partir de observações das sequências numéricas; expressar generalidades; familiarizar com sequências repetitivas; manipular valores e dados; identificar padrões como recursos para fornecer as ideias da álgebra; notar a correspondência entre a posição do algarismo em uma sequência. ***(NDA – B)***

Desenvolvimento:

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Demostre a generalização antes de saber um valor numérico;

Relembre os conceitos de parcelas em uma soma aritmética;

Incentive a observar padrões;

Recorde o conceito de algarismo;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Observe a sequência numérica abaixo:

23581321235813212358l321…….

a) Qual a operação matemática dessa sequência?
b) Qual a regra dessa sequência?
c) Qual o 14º algarismo dessa sequência?

Atividade 15

Objetivo: familiarizar com sequências repetidas e com sua relação existente entre posição e quantidade de rostos; trabalhar os numerais multiplicativos; perceber a relação existente entre posição e fator multiplicativo; identificar a relação entre posição e o número de rostos; demonstrar que a variável aparece com símbolo para representar uma posição qualquer da sequência. ***(NDA – A)***

Desenvolvimento:

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Aborde o conceito de numerais multiplicativos;

Incentive a perceber a relação existente entre posição e a quantidade das figuras;

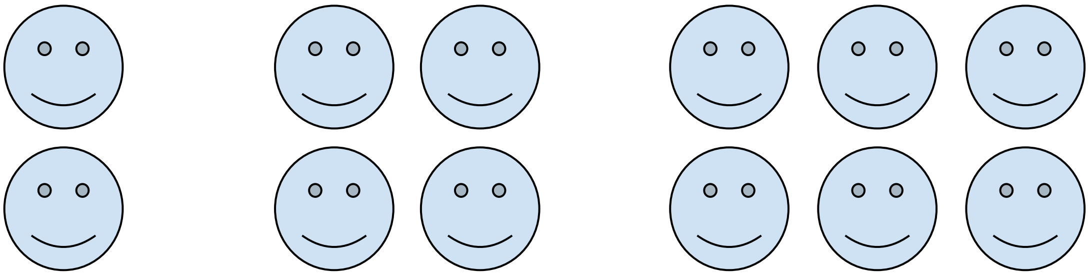
Discuta formas de representação simbólica;

Exemplifique outras formas de generalização;

Demostre exemplos para observar padrões;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Observe as figuras geométricas abaixo:



a) Desenhe qual é a próxima figura.
b) Desenhe a seguinte figura geométrica também.
c) Quantos rostos felizes têm cada figura?

Atividade 16

Objetivo: identificar a relação entre posição e número de estrelas; expressar generalidades; observar padrões para permitir a iniciação na construção de expressões; notar a equivalência entre expressões; manipular propriedades do pensamento algébrico; perceber o total de figuras em uma posição qualquer; verificar o princípio de equivalência; trabalhar os conceitos de multiplicação.

(NDA – A)

Desenvolvimento:

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Aborde o conceito de numerais multiplicativos;

Incentive a perceber a relação existente entre posição e a quantidade das figuras;

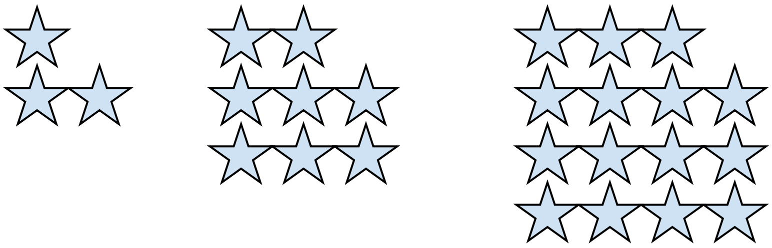
Discuta formas de representação simbólica;

Exemplifique outras formas de generalização;

Demostre exemplos para observar padrões;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Observe as estrelas abaixo:



a) Desenhe a próxima sequência de estrelas.
b) Quantas estrelas tem a 5ª sequência?
c) Quantos estrelas tem a 6ª sequência?

Atividade 17

Objetivo: demonstrar a importância das operações inversas para reverter e provar as operações; reconhecer o significado da igualdade entre expressões; enfatizar que a igualdade é uma equivalência; notar que as diversas expressões para se obter o 8 são todas equivalentes entre si; perceber que há possibilidade de usar outros números que estejam dentro dos conjuntos reais, além dos números naturais; diversificar o uso dos sinais da aritmética; construir e manipular expressões aritmética. ***(NDA – B)***

Desenvolvimento:

Peçam que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Relembre ou aborde os conceitos de produto e parcelas em uma multiplicação;

Abra uma discussão com as respostas dadas pelos alunos e verifique se eles chegaram a entender os conceitos de igualdade e equivalência entre expressões;

Revise ou demonstre o conjunto dos números naturais;

Demonstre a importância das operações inversas para reverter as operações;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Podemos escrever o número 8 como resultado de diversas operações. Por exemplo:

8 = 4 x 2

Encontre outras maneiras:

8=

8=

Atividade 18

Objetivo: identificar o significado do uso de parênteses e da ordem das operações em uma expressão; reconhecer o significado da igualdade entre expressões; enfatizar que a igualdade é uma equivalência; notar que as diversas expressões para se obter o número desejado são todas equivalentes entre si; perceber que há possibilidade de usar outros números que estejam dentro dos conjuntos reais, além dos números naturais; discutir o uso dos parênteses; diversificar o uso dos sinais da aritmética; construir e manipular expressões aritmética. ***(NDA – I)***

Desenvolvimento:

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Abra uma discussão com as respostas dadas pelos alunos e verifique se eles chegaram a entender os conceitos de igualdade equivalência entre expressões;

Revise ou demonstre o conjunto dos números naturais e/ou inteiros;

Relembre o conceito de algarismo;

Discuta o uso dos parênteses;

Aborde a ordem correta para execução dos cálculos matemáticos;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Torne verdadeiras a igualdade, usando algarismos e os seguintes símbolos matemáticos:

+, -, x, ÷, ()

a) 4__4__4__4 = 3
b) 4__4__4__4 = 32

Atividade 19

Objetivo: construir expressões a partir de situações problemas; manipular diferentes expressões algébricas construídas; ampliar o conjunto de valores aritméticos para o número dado; notar a correspondência entre igualdade em uma expressão; introduzir de forma incipiente as propriedades distributivas; perceber a equivalência entre as expressões; gerar autonomia em lidar com variáveis; desenvolver habilidades para a passagem da linguagem em prosa para a simbólica. ***(NDA – B)***

Desenvolvimento:

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Estimule o cálculo mental dedutivo;

Incentive a resolução de problemas;

Exemplifique a passagem da linguagem em prosa para símbolos e expressões matemáticas;

Questione em um segundo momento como ter certeza de que a adivinhação sempre funcionava;

Demostre a generalização antes de saber um valor numérico;

Mostre outros meios para a simplificação das expressões;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Pense em um número e ele é 4 menos 37. Em que número eu pensei?

Atividade 20

Objetivo: construir expressões a partir de situações problemas; manipular diferentes expressões algébricas construídas; ampliar o conjunto de valores aritméticos para o número dado; notar a correspondência entre igualdade em uma expressão; introduzir de forma incipiente as propriedades distributivas; perceber a equivalência entre as expressões; gerar autonomia em lidar com variáveis; desenvolver habilidades para a passagem da linguagem em prosa para a simbólica. ***(NDA – I)***

Desenvolvimento*:*

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Estimule o cálculo mental dedutivo;

incentive a resolução de problemas;

Exemplifique a passagem da linguagem em prosa para símbolos e expressões matemáticas;

Questione em um segundo momento como ter certeza de que a adivinhação sempre funcionava;

Demostre a generalização antes de saber um valor numérico;

Mostre outros meios para a simplificação das expressões;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Pense em um número, somei com o dobro dele e o resultado que obtive 15. Em que número eu pensei?

Atividade 21

Objetivo: construir expressões a partir de situações problemas; manipular diferentes expressões algébricas construídas; ampliar do conjunto de valores aritméticos para o número dado; notar a correspondência entre igualdade em uma expressão; introduzir de forma incipiente as propriedades distributivas; perceber a equivalência entre as expressões; gerar autonomia em lidar com variáveis; desenvolver habilidades para a passagem da linguagem em prosa para a simbólica. ***(NDA – I)***

***Desenvolvimento**:*

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Estimule o cálculo mental dedutivo;

incentive a resolução de problemas;

Exemplifique a passagem da linguagem em prosa para símbolos e expressões matemáticas;

Questione em um segundo momento como ter certeza de que a adivinhação sempre funcionava;

Demostre a generalização antes de saber um valor numérico;

Mostre outros meios para a simplificação das expressões;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Pense em um número de 1 a 10.

Some 1 unidade.

Multiplique o resultado por 2.

Subtraia o número pensado

Diminua 2 unidades.

Você obteve o número em que você pensou?

Atividade 22

Objetivo: construir expressões a partir de situações problemas; manipular diferentes expressões algébricas construídas; ampliar o conjunto de valores aritméticos para o número dado; notar a correspondência entre igualdade em uma expressão; introduzir de forma incipiente as propriedades distributivas; perceber a equivalência entre as expressões; gerar autonomia em lidar com variáveis; desenvolver habilidades para a passagem da linguagem em prosa para a simbólica. ***(NDA – I)***

Desenvolvimento:

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Estimule o cálculo mental dedutivo;

Incentive a resolução de problemas;

Exemplifique a passagem da linguagem em prosa para símbolos e expressões matemáticas;

Questione em um segundo momento como ter certeza de que a adivinhação sempre funcionava;

Demostre a generalização antes de saber um valor numérico;

Mostre outros meios para a simplificação das expressões;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Pense em um número. Some 2 unidades e multiplique o resultado por 3. Diminua o triplo do número pensado. O resultado foi 6?

Pense em outro número e siga as mesmas instruções. O resultado sempre será 6. Como você explica?

Atividade 23

Objetivo: construir expressões a partir de situações problemas; manipular diferentes expressões algébricas construídas; ampliar o conjunto de valores aritméticos para o número dado; notar a correspondência entre igualdade em uma expressão; perceber a equivalência entre as expressões; gerar autonomia em lidar com variáveis; identificar o conceito de igualdade; introduzir os conceitos de numerais multiplicativos; desenvolver habilidades para a passagem da linguagem em prosa para a simbólica. ***(NDA – A)***

Desenvolvimento:

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Estimule o cálculo mental dedutivo;

Incentive a resolução de problemas;

Exemplifique a passagem da linguagem em prosa para símbolos e expressões matemáticas;

Oriente os alunos com dificuldades a escrever uma sentença matemática;

Relembre o conceito de numerais multiplicativos;

Demostre a generalização antes de saber um valor numérico;

Mostre outros meios para a simplificação das expressões;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

A soma da minha idade com a idade da minha mãe é igual a 81. Minha mãe tem o dobro da minha idade. Quantos anos eu e minha mãe temos?

Atividade 24

Objetivo: construir expressões a partir de situações problemas; manipular diferentes expressões aritméticas construídas; ampliar o conjunto de valores aritméticos para o número dado; obter variações nas representações; significar as expressões com cálculos aritméticos; gerar autonomia em lidar com variáveis; desenvolver habilidades para a passagem da linguagem em prosa para a simbólica. ***(NDA – A)***

Desenvolvimento:

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Estimule o cálculo mental dedutivo;

Incentive a resolução de problemas;

Exemplifique a passagem da linguagem em prosa para símbolos e expressões matemáticas;

Demostre a generalização antes de saber um valor numérico;

Mostre outros meios para a simplificação das expressões;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

De qual andar partiu um elevador? Sabendo que este elevador subiu 6 andares, desceu 9, desceu mais 12, subiu 8 andares, desceu outros 4 e parou no 5º andar.

Atividade 25

Objetivo: perceber a relação entre o número dado e o número respondido; demonstrar a relação entre as linguagens em prosa e algébrica com uso das operações aritméticas; introduzir de modo incipiente o número falado(domínio) e o número respondido(imagem) com uma função; demonstrar a correspondência entre os números; significar expressões generalizadas. ***(NDA – B)***

Desenvolvimento:

Peça que leiam com atenção no mínimo 03 vezes, antes de responder as questões;

Exemplifique a passagem da linguagem em prosa para símbolos e expressões matemáticas;

Estabeleça de modo incipiente a função entre número dado e número respondido;

Estimule o cálculo mental;

Antes de iniciar pergunte se há alguma dúvida.

Descubra a regra para se chegar ao número respondido.

Número dito: 1 – 0 – 3 – 8 – 12 – 3

Número respondido: 3 – 0 – 6 – 24 – 36 – 9

CONCLUSÃO

Caro colega,

É esperado que o presente material apresente grande utilidade para lhe auxiliar durante a prática docente de Álgebra para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Vale enfatizar que o propósito deste guia não se trata de um escopo definitivamente elaborado, tampouco que sirva integralmente para sanar quaisquer percalços no processo de ensino-aprendizagem.

Espera-se que este material seja capaz de clarificar as ideias do corpo docente maximizando o aporte de recursos proveitosos direcionados ao ambiente escolar, cuja intenção é melhorar o processo de ensino para estabelecer o avanço do pensamento algébrico de cada discente, respeitando as singularidades e fomentando benefícios coletivos em sala de aula.

Todo professor é um agente transformador e possui maneiras únicas e extremamente específicas de modelar o ensino matemático e algébrico, cujas distinções o torna ainda mais especial em face da importância que este profissional detém diante do processo de ensinamento e apreensão do conteúdo.

Referências

LOPES, Kênya Maria Vieira et al. As Sequências Didáticas no Ensino de Ciências e Matemática no Brasil. **Revista Internacional Educon**, v. 1, n. 1, p. e20011011-e20011011, 2020.

MORETTI, Vanessa Dias; VIRGENS, Wellington Pereira das; ROMEIRO, Iraji de Oliveira. Generalização Teórica e o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: contribuições para a formação de professores dos Anos Iniciais. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 35, p. 1457-1477, 2022.

MOULIN, Luana Gonçalves. Pensamento algébrico e materiais manipuláveis: uma proposta de sequência didática para os anos iniciais do ensino fundamental. 2023.

SCREMIN, Greice; RIGHI, Flávia Pereira. Ensino de álgebra no ensino fundamental: uma revisão histórica dos PCN à BNCC. **Ensino em Revista**, v. 27, n. 2, p. 409-433, 2020.

SENNA DIAS, Guédulla; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner. Considerações sobre a Álgebra Acadêmica e a Álgebra Escolar: um estudo em cursos de Matemática Licenciatura. **Educação Matemática Debate**, v. 7, n. 13, p. 5, 2023.

SILVA, Daniela Inês Baldan; RIBEIRO, Alessandro Jacques; AGUIAR, Marcia. Aprendizagem relatada por três professoras e o ensino de álgebra nos anos iniciais. **PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática**, v. 17, n. 3, p. 323-346, 2023.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo investigar como são os processos de ensino e aprendizagem do pensamento algébrico, bem como apresentar uma proposta de ensino introdutória do pensamento algébrico inicial aos estudantes do 3º ano do ensino fundamental de uma escola pública de Cubatão - SP.

Partindo do estudo de resultados de tarefas aplicadas diretamente em sala de aula, foi possível obter um *feedback* direto, constatando-se as dificuldades que os estudantes apresentam na aprendizagem da Álgebra. Motivo este que despertou um interesse maior em investigar e desenvolver este trabalho, objetivando fazer uma análise mais eficiente para se constatar quais processos de ensino se mostrassem mais adequados e eficientes para serem empregados no ensino do pensamento algébrico em sala de aula.

O desenvolvimento do trabalho se iniciou com o estudo e pesquisa da literatura especializada e pertinente ao tema, onde os conceitos foram avaliados e analisados minuciosamente de forma a aprofundar os conhecimentos tendo em vista a experiências de estudiosos especialistas, para enfim se alcançar a aplicabilidade almejada que melhor otimize o ensino da álgebra aos estudantes dos anos iniciais. Por meio deste estudo, constatou-se que o contato dos estudantes com a álgebra se elucidou através das bases e fundamentos da própria aritmética.

Na pesquisa constatou-se que os estudantes responderam positivamente ao pensamento algébrico, quando introduzido juntamente com outros ramos do conhecimento matemático como por exemplo: a geometria, sequências de repetição, ambos familiarizados com tais estudos já introduzidos nos anos iniciais.

Um escopo bastante favorável no estudo, se deu na preocupação da produção dos significados nos estudos algébricos. Assim, através dos resultados obtidos em sala, se confirmou que a didática empregada foi de grande significância para se lograr êxito em cada etapa do pensamento algébrico.

O cuidado em transmitir o conhecimento utilizando-se de uma linguagem que mais se adeque ao cotidiano dos estudantes, através de uma didática mais comum e familiar, por meio de atividades que apresentassem figuras, objetos e formas tão familiares aos estudantes facilitou a assimilação cognitiva das propostas apresentadas no estudo algébrico. Conceitos comuns e conhecidos dos estudantes também foram bem explorados no desenvolvimento do trabalho, além de conceitos mais aprofundados e estudados como princípios da ciência cognitiva, habilidades pedagógicas, conhecimentos teóricos dos pensadores e especialistas, atividades práticas, análise de erros, entre outros.

Os estudos foram também conduzidos de forma a criar um ambiente social favorável que ampliasse o interesse dos estudantes por meio de estímulos à interação social, fundada na atuação participativa e colaborativa entre os estudantes, possibilitando-os as trocas de experiências e conhecimentos, entre si, criando momentos de discussão e debates, em que expressaram suas opiniões, impressões e conclusões que os ajudaram a obter sucesso na conclusão das propostas apresentadas.

As primeiras atividades foram introduzidas com o objetivo de transmitir ao estudante de forma gradual a experiência de consolidar expectativas positivas de modo a fortalecer a confiança do estudante na matéria proposta, já que a bateria de atividades partiu de conhecimentos que já haviam sido consolidados pelos estudantes anteriormente, pois partiam de pré-requisitos cognitivos já aprendidos pelos estudantes, para tanto, e somente assim os estudantes solidificarem as novas experiências apresentadas, que foi introduzida por meio de novos conceitos, de forma a aumentar gradualmente o grau de dificuldade de forma tão sutil, que estes não se percebessem as dificuldades impostas ao se ministrar a cada nova atividade. É tanto que as “letras” só foram motivos de preocupação para os estudantes nas últimas atividades, após estes já terem adquirido embasamento e a habilidade suficiente para assimilar a correlação “letra - incógnita - número” de forma o mais natural possível no decorrer das atividades desenvolvidas.

Ressalta-se que na trajetória percorrida pelos estudantes na busca de compreensão de significados do pensamento algébrico houveram dificuldades comuns para descrever e expressar as atividades, onde os mesmos tiveram que aprender esquemas elucidativos, buscando desenhar figuras, elaborar esquemas organizacionais, assim como identificar, comparar e relacionar similaridades, para assim agrupar os padrões de forma coesa, sistêmica e lógica, que os levassem enfim a entender todo o processo e a sistêmica que os conduziu a alcançar o tão resultado almejado.

Ao final chega-se à conclusão de que os resultados obtidos não dependem essencialmente desta sequência de atividades, mas sim da fundamentação teórica escolhida, especialmente em desenvolver o pensamento algébrico simultaneamente com conceitos já internalizados pelos estudantes.

Percebe-se que a dinâmica das atividades, está no fato de que ela permitiu que se desenvolva vários significados para o pensamento algébrico, bem como, expressar generalidades, construir e relacionar formas para resolução dos problemas, sem ter, até mesmo os conhecimentos prévios das ferramentas da álgebra convencional.

Ao analisar os comentários e respostas dos estudantes, pode-se ter uma visão superficial e ingênua, mas para eles a possibilidade de se expressarem e buscarem formas alternativas, foi o que mais os impressionaram, é natural que assim o seja, pavimentando o caminho para que eles busquem alternativas diferenciadas nas resoluções de problemas no decorrer dos anos da construção do conhecimento algébrico.

Tecendo mais uma consideração sobre o ensino do pensamento algébrico, conclui-se que o professor deve aperfeiçoar sua postura reflexiva, crítica e auto avaliativa ao transmitir o conhecimento algébrico, intervir com comprometimento e confiança sempre que necessário, almejando sempre a produção de significados aos estudantes. Assim o professor não deve manter-se apenas na reprodução de conteúdo didático onde os conhecimentos muitas vezes são transmitidos de forma tão estática e descontextualizada.

O professor deve ter um sólido domínio dos conceitos e técnicas de álgebra, bem como uma compreensão profunda das aplicações práticas desses conceitos. Reconhecer e adaptar-se às diferentes habilidades, estilos de aprendizagem e necessidades individuais dos estudantes, incluindo aqueles com dificuldades de aprendizagem ou necessidades especiais.

Integrar tecnologia educacional, como softwares de álgebra interativos, aplicativos, jogos digitais e plataformas de aprendizagem online, para enriquecer o ensino e oferecer diferentes formas de explorar os conceitos. Incentivar os estudantes a pensar criticamente e resolver problemas de forma criativa, aplicando os conceitos de álgebra a situações do mundo real e desafios matemáticos complexos. Encorajar a colaboração entre os estudantes, através de atividades em grupo, discussões em sala de aula e projetos colaborativos, para promover o pensamento crítico, a comunicação e o trabalho em equipe.

Fornecer *feedback* construtivo e individualizado aos estudantes, destacando seus pontos fortes e áreas para melhoria, e incentivando o desenvolvimento contínuo de suas habilidades matemáticas. Estabelecer um ambiente de sala de aula positivo e inclusivo, onde todos os estudantes se sintam valorizados e respeitados, independentemente de suas habilidades ou origens. Manter-se atualizado com as melhores práticas de ensino, participando de workshops, cursos de desenvolvimento profissional e colaborando com outros educadores para compartilhar ideias e recursos.

Neste contexto, ser flexível e criativo na abordagem do ensino da álgebra, adaptando as estratégias de acordo com as necessidades dos estudantes e explorando diferentes métodos de ensino para engajar os estudantes. Ter uma paixão genuína pelo ensino da álgebra e um compromisso com o sucesso pessoal de cada estudante, inspirando-os a desenvolver uma apreciação pela matemática e a buscar o conhecimento de forma autônoma.

O professor deve atuar de forma dinâmica, interativa e envolvente, buscando ensinar os estudantes ao estimular a participação, a cooperação na sala, fomentando a curiosidade o significado do aprender, dando ao estudante real significado da sua importância na atuação em sala e no grupo com o qual interage de forma a sentir-se acolhido e aceito, compreendendo assim o estudante a real importância da sua atuação como principal agente na edificação da sua história de vida.

Assim como todo estudo científico, a pesquisa apresentou limitações, as quais não negativaram os achados, mas foram percebidas durante e após os esforços desprendidos e precisam ser destacadas. Os projetos voltados à educação costumam apresentar dificuldades que nem sempre se tornam aptas ao enfrentamento e neste caso não foi diferente. Os recursos financeiros são elementos muito significativos que implicam diretamente na obtenção de resultados, visto que existem necessidades básicas como os materiais, tecnologias e demais custos associados a coleta de dados e análises. Além disso, existem custos com materiais escolares, aplicativos de edição de texto e de atividades, transporte, alimentação, dentre outros.

A coleta de dados no contexto educacional também apresenta complexidades, visto que precisa contar com a disposição e boa vontade dos participantes, tais como alunos, professores, unidade escolar e eventualmente os familiares. Junto disso, o tempo é um recurso muito variável e que pode se limitar implicando na qualidade da pesquisa. Com isso, destaca-se a necessidade de se efetivar um planejamento adequado considerando quaisquer infortúnios, bem como programando as demandas para que os responsáveis cumpram cada atividade assegurando êxito ao cumprimento de prazos e avanços dos estudos.

Esse tipo de pesquisa também deve considerar os critérios éticos, lidando cuidadosamente com a coleta de dados dos participantes, sobretudo quando se trata de crianças ou adolescentes, pois, são menores de idade. Deste modo, é necessário explicitar as razões de cada participação a fim de se obter o consentimento assegurando a proteção e a privacidade de cada um. Os direitos devem ser resguardados com a intenção de manter uma pesquisa ética pautada no zelo com os participantes externos.

Ainda é viável destacar as complexidades existentes no ambiente educacional, visto que é um espaço de constante alteração, cuja volatilidade promove atividades heterogêneas que podem influenciar os resultados das pesquisas e estudos recorrentes a este espaço. Ademais, na esfera escolar existem as diferenças culturais, políticas e socioeconômicas que também são variáveis capazes de impactar os resultados, eventualmente conferindo limitação ao estudo.

Tendo em vista a educação como área multidisciplinar, as abordagens teórico-metodológicas apresentam grande variedade, e isso pode auxiliar ou atrapalhar durante o estudo, visto que é imprescindível integrar a teoria à prática, cujo desafio é manter uma linha conexa entre ambos os assuntos. Ainda neste sentido, o compartilhamento de resultados da pesquisa também precisa ocorrer com eficácia para assegurar o impacto positivo ao âmbito educacional e unidade escolar, e pode ser completamente desafiador.

Do ponto de vista dos resultados garantirem acessibilidade aos educadores, a comunicação trazida no material é de suma importância, e isso se atrela às políticas de cada entidade educacional requerendo planejamentos minuciosos para mitigar quaisquer dificuldades e colaborar com a continuidade do compromisso tomado inicialmente, promovendo uma pesquisa educacional de qualidade e que esteja apta à continuidade.

Em se tratando da continuidade da pesquisa a partir dos resultados já obtidos, destaca-se que o ritmo da mudança no ensino de matemática tem sido notavelmente lento, posto que as escolas o os sistemas de ensino hesitem em alterar os seus métodos de ensino, em grande parte devido às restrições do currículo ou por não querer ser opor ao sistema educacional vigente. Por outro lado, as faculdades frequentemente culpam a má formação e a defasagem dos ingressantes nos cursos de licenciatura.

Muitos educadores acreditam que integrar a aprendizagem baseada em projetos na matemática é um desafio, especialmente quando precisam preparar os alunos para os testes em larga escala como Prova Brasil, Saeb e Pisa. E este dilema é expresso considerando a pseudonecessidade de incorporamos o trabalho pedagógico baseado em projetos, sempre que possível. No entanto, em última análise, uma aula de álgebra ainda é fundamenta para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Esta desconexão entre a matemática escolar tradicional, que enfatiza habilidades de cálculo para exames externos ou internos, e a matemática prática, que se concentra na resolução de problemas em contextos cotidianos e profissionais, é surpreendentemente diferente. Na realidade, a matemática é uma ferramenta para resolver problemas práticos, começando pela formulação das perguntas certas, traduzindo situações do mundo real em modelos matemáticos, usando cálculos para soluções.

Em seguida, interpretando essas soluções de volta aos contextos do mundo real, enquanto se verifica a sua precisão. As escolas, no entanto, concentram-se desproporcionalmente nos cálculos tradicionais sem contexto definido, dedicando cerca de 80% dos seus esforços a este único aspecto do processo matemático, em vez de desenvolverem uma compreensão mais prática e conceptual da matemática.

Antes da era digital, esta ênfase no cálculo era necessária devido à falta de alternativas. Porém, na era dos computadores, esse foco é menos relevante, pois os computadores, aplicativos, calculadoras e demais equipamentos e ferramentas, podem realizar cálculos com mais eficiência. Além disso, no mundo real, a matemática não é domínio exclusivo dos matemáticos; é uma ferramenta interdisciplinar usada para enfrentar os desafios do dia a dia. Portanto, a abordagem educacional atual, que enfatiza fortemente o cálculo, não se alinha bem com a forma como a matemática é aplicada no mundo moderno.

O ensino da matemática que se concentra especificamente no conteúdo não prepara os alunos para a era cada vez mais digitalizada ou para as enormes quantidades de dados que agora nos são apresentados. Precisamos que os professores de matemática pensem em como estão preparando os alunos para lidar com os problemas que enfrentarão quando forem adultos, e a matemática faz parte disso. Como professor, existem maneiras mais rápidas e fáceis de fazer com que os alunos tenham um bom desempenho em matemática, como mostrar um processo e fazer com que os alunos o copiem e memorizem, mas isso nem sempre ajuda os alunos a se tornarem melhores solucionadores de problemas.

O ensino e as pesquisas da matemática no século XXI devem envolver um mergulho mais profundo em problemas matemáticos complexos, com a quantidade de tempo apropriada para os alunos se envolverem com o problema. Em vez de ensinar o nível superficial de muitos tópicos diferentes, o ensino da matemática deve envolver menos tópicos aprendidos com maior profundidade, para que os alunos possam aplicar os seus conhecimentos em ambientes desconhecidos.

Para as pesquisas futuras, sugere-se o uso dos problemas desenvolvidos e aplicados neste estudo como serventia de análise algébrica acerca do raciocínio e das estratégias tomadas e validadas. Portanto, é permitida a seleção desses problemas resolvidos a fim de refletir no objetivo instrucional da lição, incluindo problemas que ilustram erros comuns entre os alunos dos anos iniciais.

Promover o uso de uma linguagem que reflita estrutura matemática é fundamental em estudos futuros, além de promover incentivo aos alunos acerca de efetivarem questionamentos para difundir reflexões, as quais tendem a possibilitar estruturas e representações algébricas com mais facilidade. É importante ensinar os alunos a escolher intencionalmente, entre várias alternativas algébricas, a melhor estratégia na resolução de problemas.

Com isso, os incentivos também devem articular o raciocínio por trás da sua escolha de estratégia validando a matemática como ferramenta estratégica na resolução de diversos problemas. Ademais, é preciso desenvolver os três domínios da álgebra através das aplicações práticas, tais como o conhecimento conceitual, processual e a flexibilidade processual.

O conhecimento conceitual inclui a compreensão das ideias algébricas, operações, procedimentos e notação, já o conhecimento processual diz respeito a escolher operações e procedimentos para resolver problemas da álgebra, bem como aplicar operações para chegar à solução correta de cada problema. O processual de flexibilidade se refere a identificação e implementação de vários métodos para resolver os problemas algébricos, além de descobrir como escolher os métodos mais apropriados em cada diferente aplicação.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, M. **O percurso da didatização do pensamento algébrico no Ensino Fundamental:** uma análise a partir da Transposição Didática e de Teoria Antropológica do Didático. São Paulo, 2014. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2014.

ALEXANDRE, A. F. **Metodologia científica:** princípios e fundamentos. Editora Blucher, 2021.

BARBOSA, I. P.; FRIEDMANN, M. M. P.; DO AMARAL, R. G. Projeto Político Pedagógico. **Revista Percurso**, v. 12, n. 2, p. 157-177, 2020.

BATISTA, L.; MOREIRA, G. E. Direitos Humanos e Educação: o professor de matemática como agente sociocultural e político. **Revista de Educação Matemática (REMat)**, v. 15, n. 20, p. 548-564, 2018.

BERNARDO, F. G. Vivências, Percepções e Concepções de Estudantes com Deficiência Visual nas Aulas de Matemática: os desafios subjacentes ao processo de inclusão escolar. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 36, p. 47-70, 2022.

BORTOLETE, J. C.; DE OLIVEIRA, V.; GUARANHA, M. F. O pensamento algébrico na Base Nacional Comum Curricular: reflexões e alternativas Algebraic thinking within National Common Curriculum Base: reflections and alternatives El pensamiento algebraico en la Base Curricular Común Nacional: reflexiones y alternativas, 2022.

BOURDIEU, P. **A distinção**. São Paulo: Edusp, 2007.

BOYER, C. B. **História da matemática.** Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgardf Blücher, 2. ed., 1996

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Disponível em: http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/base-nacional-comum-curricular-bncc#:~:text=Resolu%C3%A7%C3%A3o%20CNE%2FCP%20n%C2%BA%202%2C%20de%2022%20de%20dezembro%20de,no%20%C3%A2mbito%20da%20Educa%C3%A7%C3%A3o%20B%C3%A1sica. Acesso em: 29 fev. 2024.

BRASIL. CNE/CEB. 2001.Diretrizes Nacionais de Educação Especial para a Educação Básica. Decreto 02 - Brasília, 11 de setembro de 2001.

BRASIL. Lei n° 13.005 de 25 de junho de 2014. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2014/lei/l13005.htm. Acesso em: 28 fev. 2024.

BRASIL. Lei n° 9.394 de 20 de dezembro de 1996. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 06 mar. 2024.

BRASIL. Lei n°9.394 de 20 de dezembro de 1996. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 01 mar. 2024.

BRASIL. Resolução CNE/CEB n° 2 de 11 de setembro de 2011. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CEB0201.pdf. Acesso em: 06 mar. 2024.

CANÁRIO, R. A escola: o lugar onde os professores aprendem. **Psicologia da educação**, v. 6, p. 9-27, 1998.

CIVIERO, P. A. G.; VELHO, R. S. **Educação matemática crítica como um direito humano**. 2023.

COSTA, G. M. T. et al. Projeto político pedagógico. **Programa de Residência de Medicina de Família e Comunidade e Multiprofissional em Saúde da Família. Fundação Estatal Saúde da Família**, 2022.

CROCHICK, J. L.; COSTA, V. A.; FARIA, D. F. Contradições e limites das políticas públicas de educação inclusiva no Brasil. **Educação: Teoria e Prática**, v. 30, n. 63, 2020.

DE ARRUDA, F. S.; FERREIRA, R.; LACERDA, A. G. Letramento matemático: um olhar a partir das competências matemáticas propostas na Base Nacional Comum Curricular do Ensino Fundamental. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 7, n. 2, p. 181-207, 2020.

DE LIMA, M. V. M.; BORGES NETO, H. As variadas concepções de Álgebra no contexto da Educação Matemática. **Educação Matemática Debate**, v. 7, n. 13, p. 12, 2023.

DE PAULA, M. C. et al. Early Algebra: um mapa teórico a partir de estudos publicados no grupo de pesquisa RePARe. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 10, n. 30, p. 01-21, 2023.

DELEVATI, A. C. A política nacional de educação especial na perspectiva da Educação inclusiva (2007-2018): desafios para a constituição de Sistemas educacionais inclusivos no Brasil. 2021.

EVES, H**. Introdução à história da matemática.** Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas/SP: Unicamp, 2004.

FERREIRA, M. C. N.; RIBEIRO, A. .J.; RIBEIRO, C. M. **Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Primeiras Reflexões à Luz de uma revisão de Literatura,** Artigo Cientifico, Dourados/MS,2106, disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648585/17460, . Acesso em: 28 dez. 2023.

FERREIRA, N.; VIEIRA, W.; DA SILVA, L. Pensamento Algébrico: possiblidades de manifestação a partir de resolução de problemas. **Revista de Educação Matemática (REMat)**, v. 19, p. 1-25, 2022.

FERREIRA, W.; LEAL, M.; MOREIRA, G. Early algebra e base nacional comum curricular: desafios aos professores que ensinam matemática. **REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática**, v. 15, n. 1, p. 1-21, 2020.

FIGUEIREDO, A. B. S. et al. Recursos didáticos no processo de ensino-aprendizagem de matemática para estudantes com deficiência visual. 2022.

FIORENTINI, D.; MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar.** Pro-Posições, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação - Unicamp. Campinas, v.4, n.1[10], p.78-91, 1993.

FISCHBEIN, E.; DERI, M.; NELLO, M. S.; MARINO, M. S. The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 16, n.1, p.3-17, 1985.

FONSECA, M. G.; GONTIJO, C. H. Pensamento crítico e criativo em Matemática em diretrizes curriculares nacionais. **Ensino em Revista**, v. 27, n. 3, p. 956-978, 2020.

FREIRE, F. M. P.; PRADO, M. E. B. B. Professores construcionistas: a formação em serviço. In: **Memorias: III Congreso Iberoamericano de Informática Educativa: Barranquilla, 8 al 11 [de julio] de 1996**. Red Iberoamericana de Informática Educativa, 1996. p. 13.

FREIRE, J. B. **O jogo: entre o riso e o choro**. Autores associados, 2017.

GATTI, B. A. A formação inicial de professores para a educação básica: as licenciaturas. **Revista Usp**, n. 100, p. 33-46, 2014.

GERONIMO, R.; GATTI, D.; BARBOSA, L. Parâmetros curriculares nacionais e base nacional comum curricular: uma comparação a partir da disciplina matemática. **REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática**, v. 16, p. 1-19, 2021.

GIROUX, H. A. Os professores como intelectuais: rumo a uma pedagogia crítica da aprendizagem. Trad. Daniel Bueno. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 1997.

GODOY, E. V.; GONÇALVES, K.; VIANNA, C. R. Parâmetros curriculares nacionais de matemática: da criação do caleidoscópio à necessidade de olhar para trás para avançar. **Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 23, n. 8, p. 47-67, 2021.

GUALANDI, J.; **Ensino de Matemática: Desafios e Possibilidades.** Editora Bagai, Curitiba-PR, 2021.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Indicadores sociais mínimos, 2023. Disponível em: Indicadores Sociais Mínimos | IBGE. Acesso em: 06 mar. 2024.

JUNGBLUTH, A. et al. Álgebra no currículo de matemática dos anos iniciais: e agora?. 2020.

JÚNIOR, E. A.; CAVALCANTI, C. J.; OSTERMANN, F. A Base Nacional Comum Curricular como revocalizadora de vozes dos Parâmetros Curriculares Nacionais: o currículo Ciência, Tecnologia e Sociedade na educação científica para os anos finais do Ensino Fundamental. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 38, n. 2, p. 1339-1363, 2021.

KAPUT, J.; SCHORR, R. The case of SimCalc, algebra, and calculus. Research on technology and the teaching and learning of mathematics: **Cases and perspectives**, v. 2, p. 211, 2008.

KIERAN, C. et al. **Early algebra**: Research into its nature, its learning, its teaching. Springer Nature, 2016.

LIBÂNEO, J. C. Formação de professores e didática para desenvolvimento humano. **Educação & Realidade**, v. 40, p. 629-650, 2011.

LIMA, M. S. L.; PIMENTA, S. G. **Estágio e docência**. Cortez Editora, 2018.

LIMA, V. M. M. **A Complexidade da Docência nos Anos Iniciais na Escola Pública,** Artigo Científico, Presidente Prudente/SP, 2012, disponível em: https://revista.fct.unesp.br/index.php/Nuances/article/view/1767/1701 . Acesso em: 30 dez. 2023.

LUZ, R. C. O ensino de álgebra no ensino fundamental utilizando a resolução de problemas à luz dos registros de representação semiótica. 2020. Disponível em: https://repositorio.uema.br/handle/123456789/1927. Acesso em: 19 maio. 2024.

MACHADO, N. J. **Matemática e realidade:** análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino de matemática. 2.ed. São Paulo: Cortez, 1991.

MANCINI, L. C. M. et al. Leituras de práticas: uma abertura à forma-ação de professores que ensinam matemática. **ZETETIKÉ. Revista de Educação Matemática**, v. 29, p. 1-12, 2021.

MARCATTO, F. S. F. Promovendo o raciocínio matemático: tarefas de exploração na prática como componente curricular. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 17, p. e6249087-e6249087, 2023.

MARTINS, K. N. et al. Resolução de problemas e formação de professores: um mapeamento de teses brasileiras no campo da educação matemática (2014-2019). **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 10, n. 21, p. 418-439, 2021.

MAZUCATO, T. (Org.). Metodologia da pesquisa e do trabalho científico. Penápolis: FUNEPE, 2018.

MENDES, L. C.; CONCEIÇÃO, A. Articulações entre a pesquisa em Educação Matemática no Brasil e as dimensões da Educação em Direitos Humanos: um ensaio de possibilidades. **Revista de Educação Matemática**, v. 20, n. 01, 2023.

MORAES, J. C. P.; PEREIRA, A. L. Análise de competências específicas na BNCC de matemática, indícios para abordagem metodológica e afastamentos dos PCN. **Revista Valore**, v. 6, p. 955-967, 2021.

MORAN, J. M. Avaliação das mudanças que as tecnologias estão provocando na educação presencial e a distância. **Revista Educação e Cultura Contemporânea**, v. 2, n. 4, p. 89-108, 2018.

MORETTI, V. D.; RADFORD, L. **Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais:** Diálogos e Complementaridades entre a Teoria da Objetivação e a Teoria Histórico-Cultural. São Paulo: Livraria da Física, 2013. p,153-154.

NACARATO, A. M. O saber profissional do professor que ensina matemática nos anos iniciais. **ACERVO-Boletim do Centro de Documentação do GHEMAT-SP**, v. 3, p. 1-12, 2021.

NORO, I. M. et al. Do aprender ao ensinar álgebra: formação de futuros professores que ensinam matemática. 2020.

OLIVEIRA, E. A. M. et al. Parâmetros curriculares nacionais do ensino médio, formação docente e a gestão escolar. **Simpósio Brasileiro de Política e Administração da Educação**, v. 26, p. 1-13, 2021.

OLIVEIRA, M. A.; MELO, J. R. O pensamento algébrico e suas inter-relações com os pensamentos geométrico, aritmético e numérico. **Brazilian Journal of Development**, v. 6, n. 8, p. 56430-56437, 2020.

OLIVEIRA, T. J. B. et al. Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental nos trabalhos acadêmicos produzidos no Brasil nas últimas três décadas. 2022.

PACHÊCO, F. F. F. Resenha do livro intitulado de" Fenômenos didáticos em uma aula de introdução à álgebra: múltiplos olhares e perspectivas teóricas". **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, v. 6, n. 2, p. 304-310, 2021.

PEREIRA, T.; BORGES, F. A. O diálogo com estudantes com deficiência visual como instrumento formativo para um ensino inclusivo de matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 2, p. 281-311, 2020.

PINTO, T. P.; BITTAR, M.; FRANCO NETO, V. . **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 16, n. 43,Mato Grosso do Sul: UFMS, 11 set. 2023.

PLANEJAMENTO E POLÍTICAS PÚBLICAS. Projeto Político Pedagógico. Disponível em: https://www.ipea.gov.br/ppp/index.php/PPP/issue/view/1. Acesso em: 06 mar. 2024.

REZENDE, M. C. P.; POMMER, W. M. Conhecimento matemático de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental frente a uma atividade envolvendo sequências numéricas. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 9, n. 3, p. 141-157, 2022.

RIBEIRO, A. J. **Analisando o desempenho de estudantes do Ensino Fundamental em álgebra, com base em dados do SARESP.** São Paulo, 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica. São Paulo, 2001.

RIBEIRO, A. J. CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função**. Autêntica Editora, 2021.

RIBEIRO, A. J.; AGUIAR, M.; TREVISAN, A. L. Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades. **Quadrante**, v. 29, n. 1, p. 52-73, 2020.

RIBEIRO, G. K. N.; FALEIRO, W. Projeto político-pedagógico: instrumento de valorização identitária dos sujeitos. **Revista de Educação Popular, Uberlândia, MG**, v. 20, n. 1, p. 96-120, 2021.

SANTOS, C. C. A.; LIMA, M. S. L.; DE MELO, A. S. Projeto Político Pedagógico: diálogos possíveis na vivência escolar. **Ensino em Perspectivas**, v. 2, n. 3, p. 1-10, 2021.

SANTOS, F. A. et al. O ensino de matemática para estudantes com deficiência visual através de jogos de memória. **REIN-REVISTA EDUCAÇÃO INCLUSIVA**, v. 4, n. 2, p. 73-80, 2020.

SANTOS, F. C. F. Desenvolvimento do pensamento algébrico de professores dos anos iniciais em atividade de ensino: o pensamento teórico mediado por conceitos algébricos. 2020. Disponível em: https://repositorio.unifesp.br/items/cb9a1097-de5b-4d1d-af87-c566778612d1. Acesso em: 19 maio. 2024.

SANTOS, I. R. P. P. **Álgebra no 7° ano: investigando as concepções de estudantes de uma escola pública**. 2020. Trabalho de Conclusão de Curso.
SENNA DIAS, G. NOGUTI, F. C. H. Considerações sobre a Álgebra Acadêmica e a Álgebra Escolar: um estudo em cursos de Matemática Licenciatura. **Educação Matemática Debate**, v. 7, n. 13, p. 5, 2023.

SILVA, A; JUSTULIN, A. M. O desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes ingressantes de um curso de licenciatura em matemática. **ACTIO: Docência em Ciências**, v. 6, n. 3, p. 1-18, 2021.

SILVA, B. A.; DE OLIVEIRA, G. S.; BRITO, A. P. G. Análise de conteúdo: uma perspectiva metodológica qualitativa no âmbito da pesquisa em educação. **Cadernos da FUCAMP**, v. 20, n. 44, 2021.

SILVA, D. I. B; RIBEIRO, A. J; AGUIAR M. **Desvendando Caminhos para a Aprendizagem Profissional dos Professores que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais: Análise de uma Formadora.** Artigo Científico, São Paulo/SP, 2022. Disponível em: http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2022v24i1p418-455 . Acesso em: 02 jan 2024.

SILVA, M. C. L. C.; CORREA, M. L. Gestão Democrática E O Projeto Político Pedagógico: Participação E Construção Coletiva Na Escola. **Cadernos da Pedagogia**, v. 14, n. 27, 2020.

STACEY, K.; CHICK, H. **Solving the problem with Algebra.** In: STACEY, K. et al (Ed.) The Future of teaching and learning of algebra: The 12th ICMI Study. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004. p.1-20.

STEPHENS, A. C.; FONGER, N.; STRACHOTA, S.; ISLER, I.; BLANTON, M.; KNUTH, E.; GARDINER, A. M. Uma progressão de aprendizagem para o pensamento funcional dos alunos do ensino fundamental. **Pensamento e aprendizagem matemática**, v. 19, n. 3, p. 143–166, 2017a.

THIOLLENT, M. **Pesquisa-Ação nas Organizações**. São Paulo: Atlas, 1997.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. Cortez editora, 2022.

UGALDE, M. C. P.; ROWEDER, C. Sequência didática: uma proposta metodológica de ensino-aprendizagem. **Educitec-Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico**, v. 6, p. e99220-e99220, 2020.

VASCONCELOS, M. D. Pierre Bourdieu: a herança sociológica. **Educação & sociedade**, v. 23, p. 77-87, 2002.

VIEIRA, L.; MOREIRA, G. A formação de professores de Matemática na esfera pública do estado de Goiás e do Distrito Federal: Direitos Humanos como elemento curricular. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 9, n. 19, p. 578-601, 2020.

WADSWORTH, B. J. Piaget’sTheory of Cognitive Development. Na Introduction for Students of Psychology and Education. Longman Inc. New York, 1971.

ZANATA, E. M. Educação infantil e ensino fundamental: práticas inclusivas, 2017. Disponível em: https://repositorio. unesp. br/handle/11449/150585. Acesso em: 06 mar. 2024.